

# 縮退スカラーを持つ複素スカラー拡張模型に おけるCP対称性を破る位相の電弱相転移への効果

Based on

“Electroweak phase transition in a complex singlet extension of the Standard Model with degenerate scalars”, Phys.Lett.B 823 (2021) 136787, [arXiv:2105.11830](#)

“CP-violating effects on gravitational waves from electroweak phase transition in the CxSM with degenerate scalars”,-accepted for PRD, [arXiv:2205.12046](#)

共同研究者：曹基哲（お茶大）、瀬名波栄問（Van Lang Univ.）

お茶の水女子大学  
出川智香子

# 導入

## 電弱バリオジェネシス

バリオン非対称性: 現在の宇宙を構成するのは粒子からなる物質

反粒子からなる反物質が物質と比べて極端に少ない

バリオン非対称性を説明するシナリオの一つに**電弱バリオジェネシス**がある

- ・電弱相転移期にバリオン数生成
- ・ヒッグス物理と関連

### サハロフの3条件

@標準模型(SM)

1. バリオン数の破れ  
→ スファレロン過程
2. C対称性、CP対称性の破れ  
→ カイラルゲージ相互作用、CKM位相
3. 熱平衡からの離脱  
→ 強い電弱一次相転移

- ・CKM位相によるCP対称性の破れ
- ・強い電弱一次相転移の発生

**SMを拡張する必要がある**

より小さい

# 目次

導入: 電弱バリオジェネシス

**Model definition**

**縮退スカラーシナリオ**

**電弱相転移**

**Bubble nucleation**

**ベンチマークポイント**

**重力波**

**まとめ**

**今後の展望**

**注**

**CP-violating CxSM : CPV CxSM**

**CP-conserving CxSM : CPC CxSM**

# Model definition

**CxSM (Complex singlet extension of the SM)** Barger et al, arXiv:0811.0393

…SM+ゲージシングレットな複素スカラー場

標準模型ヒッグス場  $H$  と 複素スカラー場  $S$  のスカラーポテンシャル

$$V_0(H, S) = \underbrace{\frac{m^2}{2} H^\dagger H + \frac{\lambda}{4} (H^\dagger H)^2 + \frac{\delta_2}{2} H^\dagger H |S|^2 + \frac{b_2}{2} |S|^2 + \frac{d_2}{4} |S|^4}_{\text{Global U(1) 対称}} + \underbrace{\left( a_1 S + \frac{b_1}{4} S^2 + \text{H.c.} \right)}_{\text{Soft breaking term}}$$

$$m^2, \lambda, \delta_2, b_2, d_2 : \text{real} \quad a_1, b_1 : \text{complex} \quad a_1 = a_1^r + i a_1^i \\ b_1 = b_1^r + i b_1^i$$

$$H(x) = \begin{pmatrix} G^+(x) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (v + h(x) + iG^0(x)) \end{pmatrix} \\ S(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_S^r + i v_S^i) + s(x) + i\chi(x)$$

**CP対称性( $S \rightarrow S^*$ )を破る項**

- explicitにCPを破る項:  $a_1^i, b_1^i$
- spontaneousにCPを破る項:  $v_S^i$



# Model definition

質量項

$$-\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h & s & \chi \end{pmatrix} \mathcal{M}_S^2 \begin{pmatrix} h \\ s \\ \chi \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{pmatrix} O^T \mathcal{M}_S^2 O \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_{h_i}^2 h_i^2$$

3つの質量固有状態 $h_1, h_2, h_3$ のうち、 $h_1$ をSMヒッグスとする

質量行列

$$\mathcal{M}_S^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda}{2} v^2 & \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{\delta_2}{2} v v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{d_2}{2} v_S^{r2} - \frac{\sqrt{2} a_1^r}{v_S^r} + \frac{b_1^i}{2} \frac{v_S^i}{v_S^r} & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^i & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i & \frac{d_2}{2} v_S^{i2} + \frac{\sqrt{2} a_1^i}{v_S^i} + \frac{b_1^r}{2} \frac{v_S^r}{v_S^i} \end{pmatrix}$$

CPC CxSMの場合

これらの項は存在しない

→  $\chi$  は $h, s$ とmixしない

→  $\chi$  は暗黒物質候補粒子

Phys.Lett.B 823 (2021)

136787, arXiv:2105.11830

回転行列

$$O(\alpha_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & -s_3 \\ 0 & s_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$s_i = \sin \alpha_i$$

$$c_i = \cos \alpha_i$$

# 縮退スカラーシナリオ

Higgsとfermion( $f$ ), gauge boson( $V = W^\pm, Z$ )のcoupling

$$\mathcal{L}_{h_i \bar{f} f} = -\frac{m_f}{v} h \bar{f} f = -\frac{m_f}{v} \sum_{i=1-3} \kappa_{if} h_i \bar{f} f$$

$$\mathcal{L}_{h_i V V} = \frac{1}{v} h (m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + 2m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu}) = \frac{1}{v} \sum_{i=1-3} \kappa_{iV} h_i (m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + 2m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu})$$

$$h_1 = O_{11} h_{\text{SM}} + O_{21} s + O_{31} \chi$$

$$h_2 = O_{12} h_{\text{SM}} + O_{22} s + O_{32} \chi$$

$$h_3 = O_{13} h_{\text{SM}} + O_{23} s + O_{33} \chi$$

$$\kappa_{iV} \equiv \kappa_{if} = \kappa_{iV} = O_{1i}$$

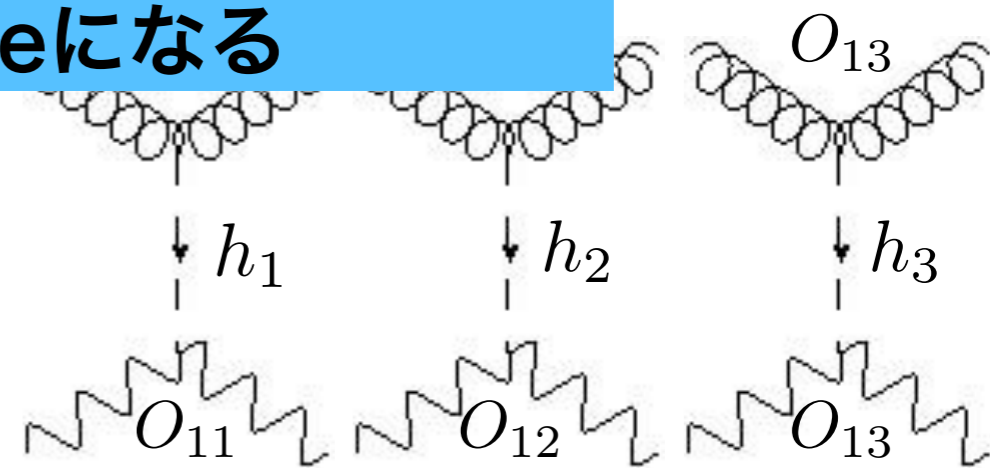
3つのヒッグス粒子の質量が縮退していれば

signal strengthはSM-likeになる

$$\Gamma(h_1 \rightarrow \text{SM}) = \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM})(m_{h_1}) \times O_{11}^2$$

$$\Gamma(h_2 \rightarrow \text{SM}) = \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM})(m_{h_2}) \times O_{12}^2$$

$$\Gamma(h_3 \rightarrow \text{SM}) = \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM})(m_{h_3}) \times O_{13}^2$$



回転行列の直交性  $\sum_k O_{ik} O_{jk} = \delta_{ij}$  より  $O_{11}^2 + O_{12}^2 + O_{13}^2 = 1$

$$\Gamma(h_1 \rightarrow \text{SM}) + \Gamma(h_2 \rightarrow \text{SM}) + \Gamma(h_3 \rightarrow \text{SM}) \simeq \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM}) \text{ for } m_{h_1} \simeq m_{h_2} \simeq m_{h_3}$$

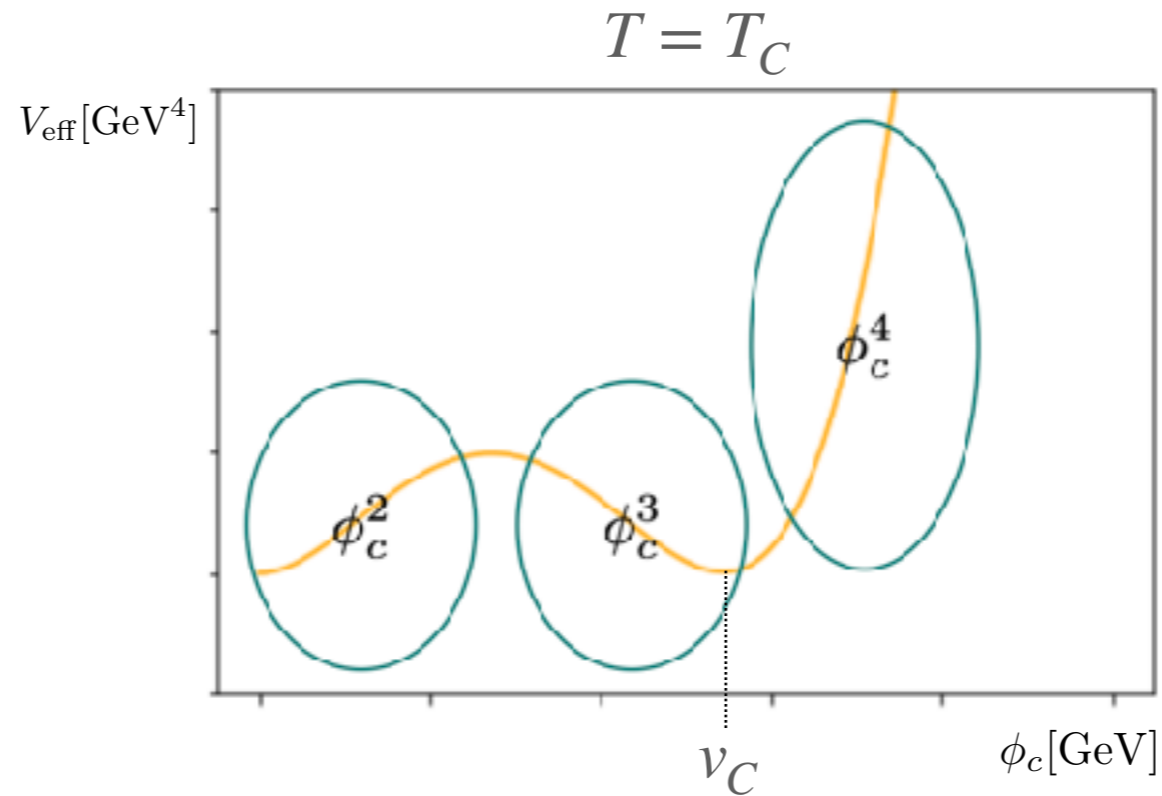
# 電弱相転移

強い電弱一次相転移

$$\frac{v_c}{T_c} \gtrsim 1$$

$T_c$ : 臨界温度

$v_c$ :  $T_c$ でのhiggsのvev



通常の相転移：有限温度のボソンループ由来である場の3次の項が重要

CxSMの相転移：**tree level potential**の構造が重要

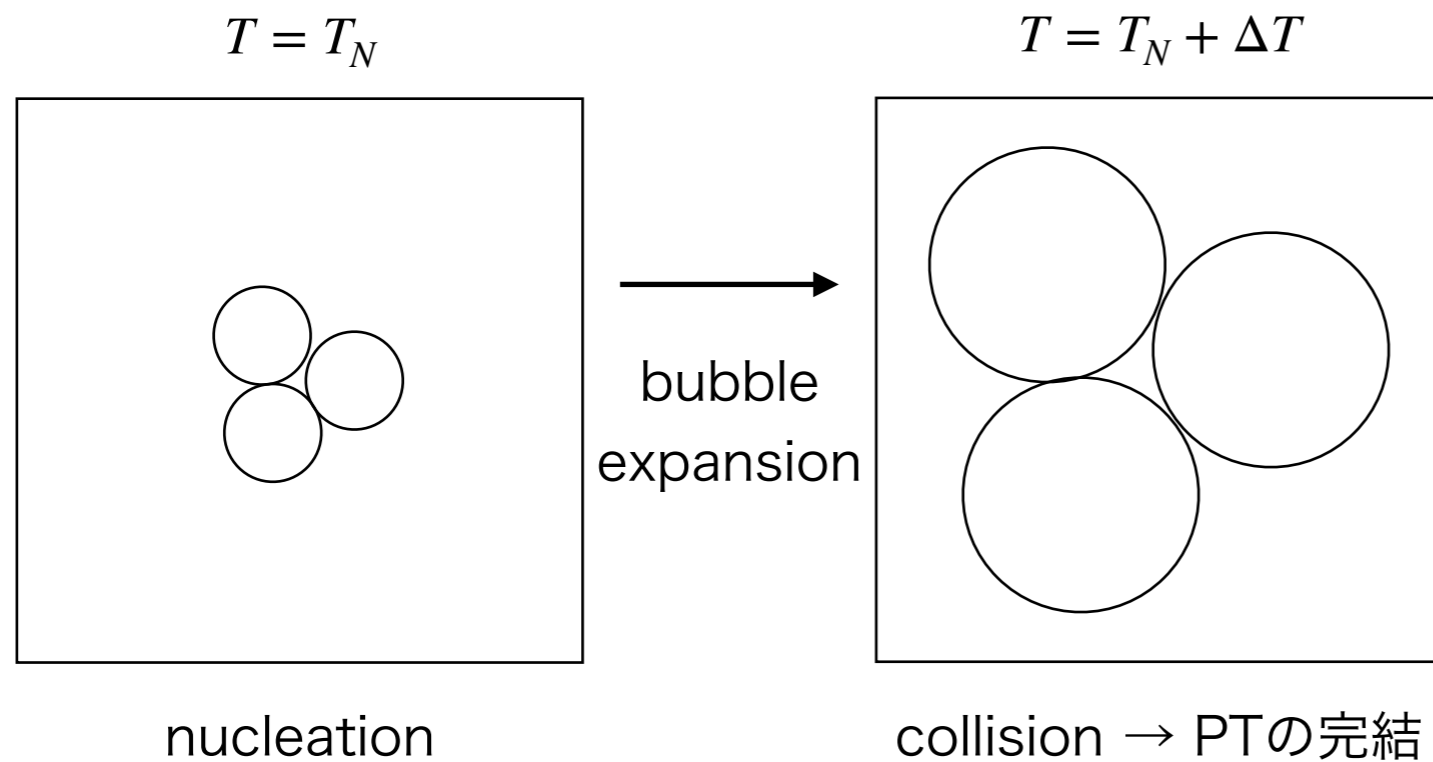
$$V^{\text{HT}}(\varphi, \varphi_S^r, \varphi_S^i; T) = V_0(\varphi, \varphi_S^r, \varphi_S^i) + \frac{T^2}{2} [\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^{r2} + \Sigma_S \varphi_S^{i2}]$$

$\varphi = z \cos \gamma$ ,  $\varphi_S^r = z \sin \gamma \cos \theta + \tilde{v}_S^r$ ,  $\varphi_S^i = z \sin \gamma \sin \theta + \tilde{v}_S^i$  と極座標表示する

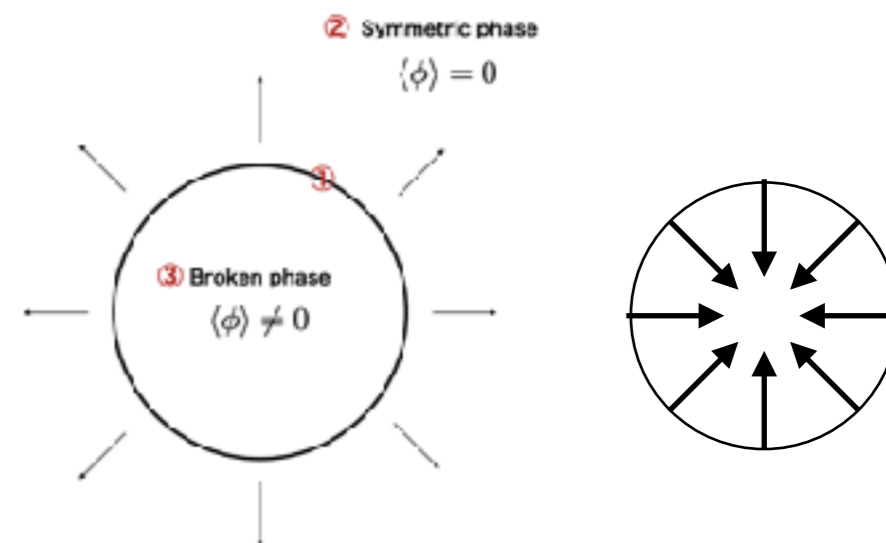
$$\rightarrow V^{\text{HT}}(z, \gamma; T) = c_0 + c_1 z + (c_2 + c_2' T^2) z^2 - c_3 z^3 + c_4 z^4$$

$$c_3 = -\frac{s_{\gamma_C} c_{\gamma_C}^2}{4} (c_{\theta_C} \tilde{v}_S^r + s_{\theta_C} \tilde{v}_S^i) (\delta_2 + d_2 t_{\gamma_C}^2)$$

# Bubble nucleation



- $T_C$  ではPTは始まらない
- $T_N$  (nucleation temperature) でnucleation開始



全てのbubbleが大きくなるわけではない

→ 膨張するにはbubbleの半径が一定以上である必要がある(critical bubble)

critical bubbleのエネルギー等から  $T_N$  や bubble wall profileを導出

$T_N$  でのvevを  $v_N$  とする

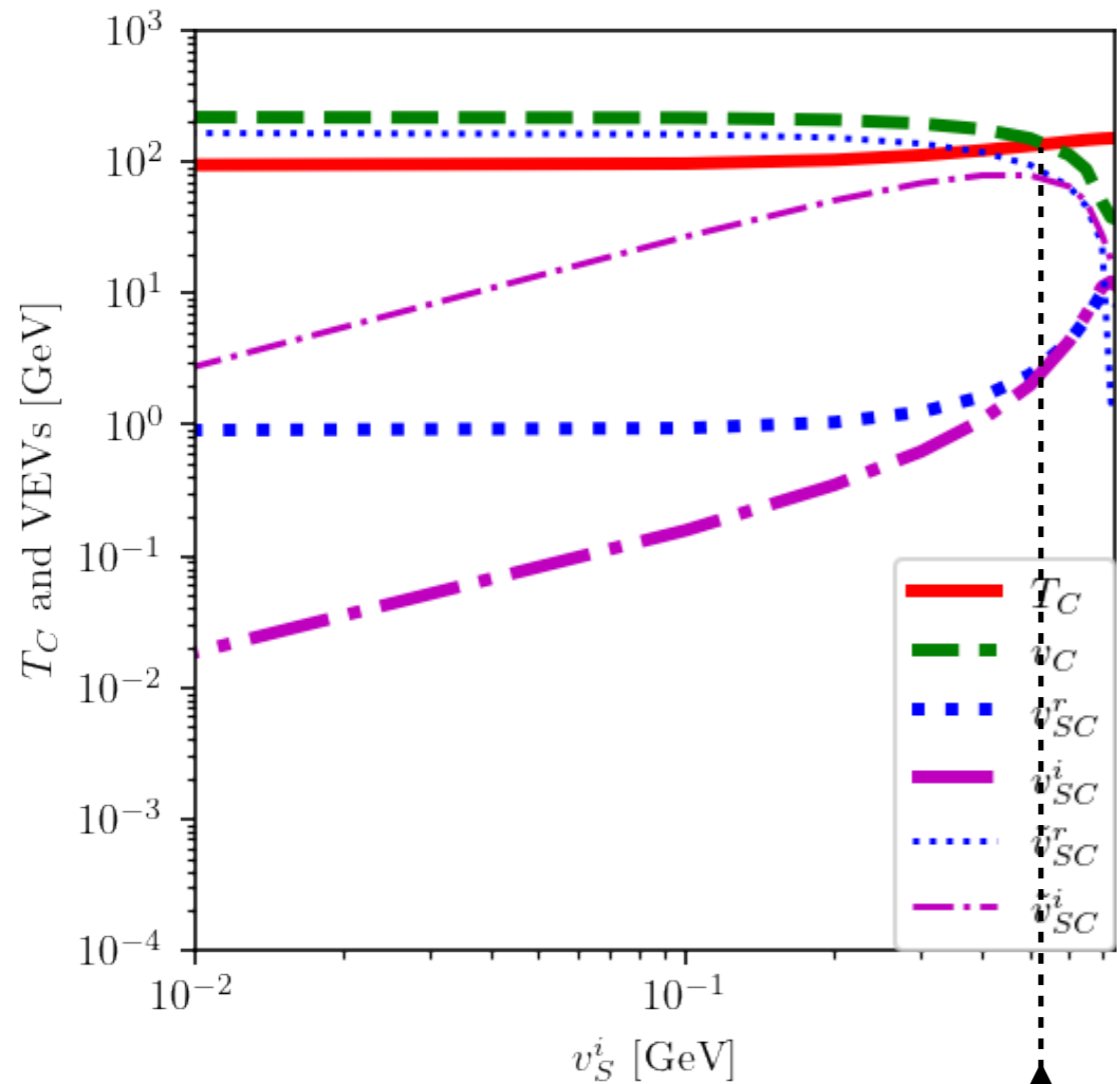
BAUの実現に大切なパラメーター

# 電弱相転移

$(0, \tilde{v}_S^r, \tilde{v}_S^i)$  @symmetric phase



$(v, v_S^r, v_S^i)$  @broken phase



$v_S^i = 0.5$

	CPV			CPC	
	<del><math>v_S^i = 0.3</math> GeV</del>	$v_S^i = 0.4$ GeV	$v_S^i = 0.5$ GeV	$m_\chi = 62.5$ GeV	$m_\chi = 2$ TeV
$v_C/T_C$	<del><math>\frac{196.1}{112.3} = 1.7</math></del>	$\frac{177.2}{122.5} = 1.4$	<del><math>\frac{158.9}{132.8} = 1.2</math></del>	$\frac{200.1}{106.1} = 1.9$	$\frac{205.3}{108.7} = 1.9$
$v_{SC}^r$ [GeV]	<del>1.249</del>	1.634	2.403	1.250	1.171
$v_{SC}^i$ [GeV]	0.624	1.089	2.003	—	—
$\tilde{v}_{SC}^r$ [GeV]	137.9	118.5	94.82	144.2	146.2
$\tilde{v}_{SC}^i$ [GeV]	68.97	79.01	79.01	—	—

$v_S^i \gtrsim 0.5$

$$0.3 \lesssim v_S^i \lesssim 0.5$$

	$v_S^i = 0.3$ GeV	$v_S^i = 0.4$ GeV	$v_S^i = 0.5$ GeV	$m_\chi = 62.5$ GeV	$m_\chi = 2$ TeV
$v_N/T_N$	$\frac{239.0}{56.85} = 3.6$	$\frac{211.7}{102.0} = 2.1$	$\frac{177.2}{123.1} = 1.4$	$\frac{241.8}{57.20} = 4.2$	$\frac{242.4}{57.99} = 4.2$
$v_{SN}^r$ [GeV]	0.657	0.921	1.446	0.636	0.634
$v_{SN}^i$ [GeV]	0.328	0.614	1.205	—	—
$\tilde{v}_{SN}^r$ [GeV]	143.7	122.3	97.26	150.1	150.2
$\tilde{v}_{SN}^i$ [GeV]	71.83	81.55	81.05	—	—
$\Delta$	40.5%	16.7%	7.3%	46.0%	46.7%

$v_S^i \lesssim 0.3$ ではnucleationが起きない

# ベンチマークポイント

## CPV CxSM and CPC CxSM

Phys.Lett.B 823 (2021) 136787,  
arXiv:2105.11830

CPV

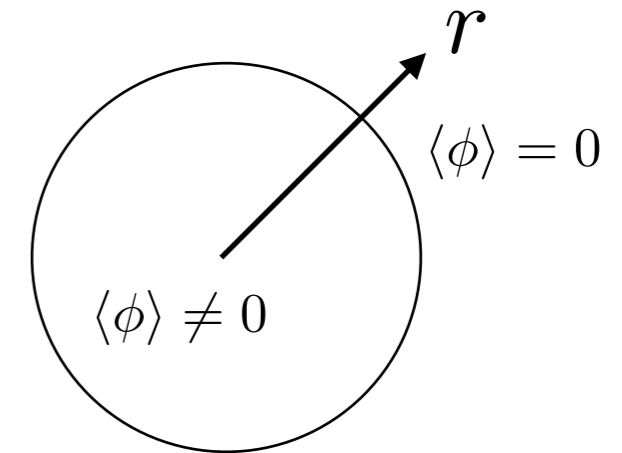
Inputs	$v$ [GeV]	$v_S^r$ [GeV]	許される範囲(前述)	縮退	$m_{h_3}$ [GeV]	$\alpha_1$ [rad]	$\alpha_2$ [rad]	
BP1	246.22	0.6	0.3	125.0	124.0	124.5	$\pi/4$	0.0
BP2	246.22	0.6	0.4	125.0	124.0	124.5	$\pi/4$	0.0
BP3	246.22	0.6	0.5	125.0	124.0	124.5	$\pi/4$	0.0
Outputs	$m^2$	$b_2$ [GeV <sup>2</sup> ]	$b_1^r$ [GeV <sup>2</sup> ]	$\lambda$	$\delta_2$	$d_2$	$a_1^r$ [GeV <sup>3</sup> ]	$a_1^i$ [GeV <sup>3</sup> ]
BP1	$-(124.5)^2$	$-(121.2)^2$	$-7.717 \times 10^{-12}$	0.511	1.51	1.111	$-(18.735)^3$	$(14.870)^3$
BP2	$-(124.5)^2$	$-(107.3)^2$	$5.145 \times 10^{-12}$	0.511	1.40	0.962	$-(18.735)^3$	$(16.367)^3$
BP3	$-(124.5)^2$	$-(90.82)^2$	0.0000	0.511	1.29	0.820	$-(18.735)^3$	$(17.630)^3$

CPC

Inputs	$v$ [GeV]	$m_{h_1}$ [GeV]	縮退	$\alpha$ [rad]	$a_1$ [GeV <sup>3</sup> ]	$v_S$ [GeV]	暗黒物質
BP4	246.22	125	124	$\pi/4$	-6576.17	0.6	62.5
BP5	246.22	125	124	$\pi/4$	-6576.17	0.6	2000
Outputs	$m^2$ [GeV <sup>2</sup> ]	$b_1$ [GeV <sup>2</sup> ]	$b_2$ [GeV <sup>2</sup> ]	$\lambda$	$a_1$ [GeV <sup>3</sup> ]	$d_2$	$\delta_2$
BP4	$-(124.5)^2$	$(107.7)^2$	$(178.0)^2$	0.511	-6576.17	1.77	1.69
BP5	$-(124.5)^2$	$-(1996)^2$	$(1991)^2$	0.511	-6576.17	1.77	1.69

# Bubble nucleation

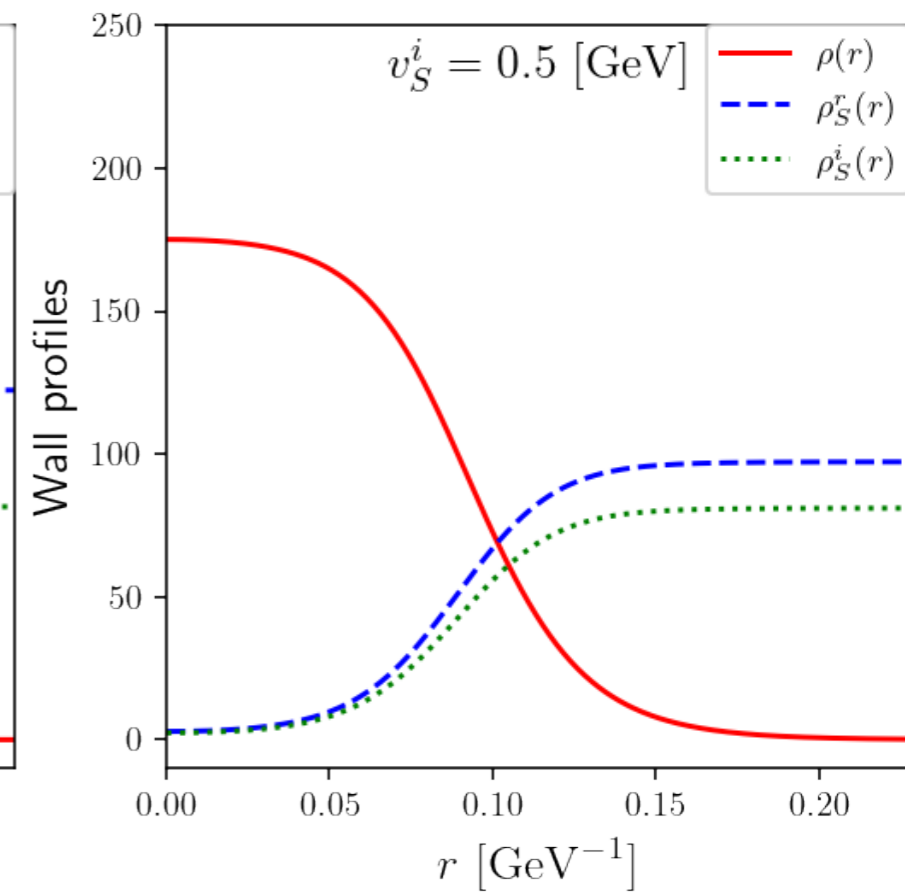
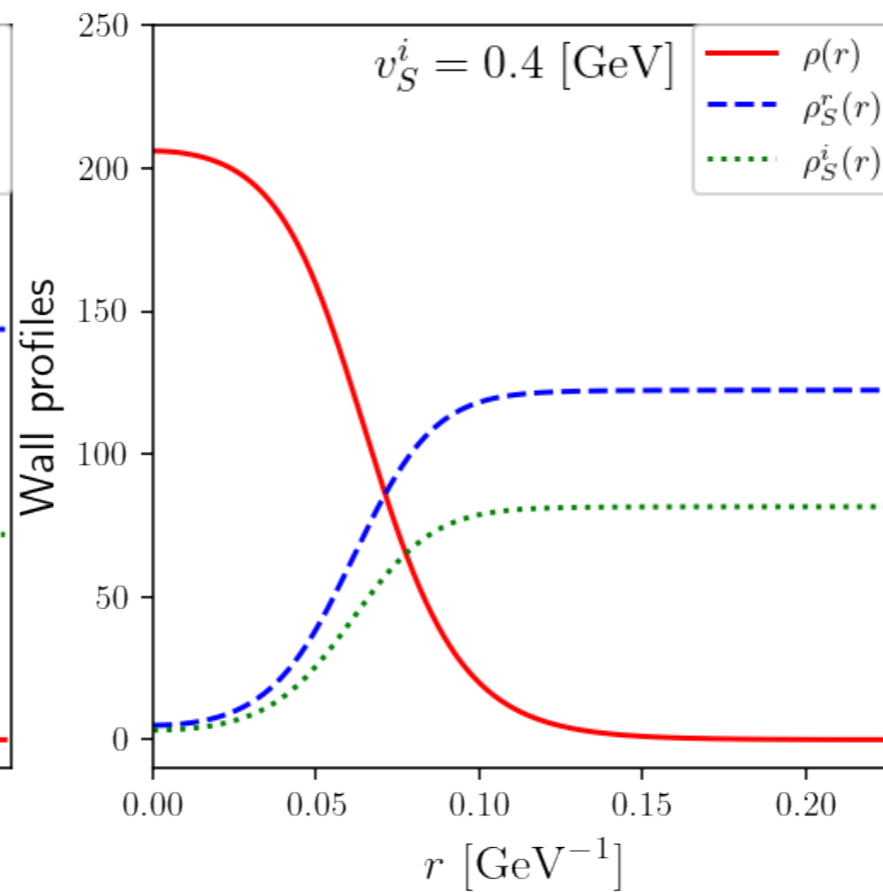
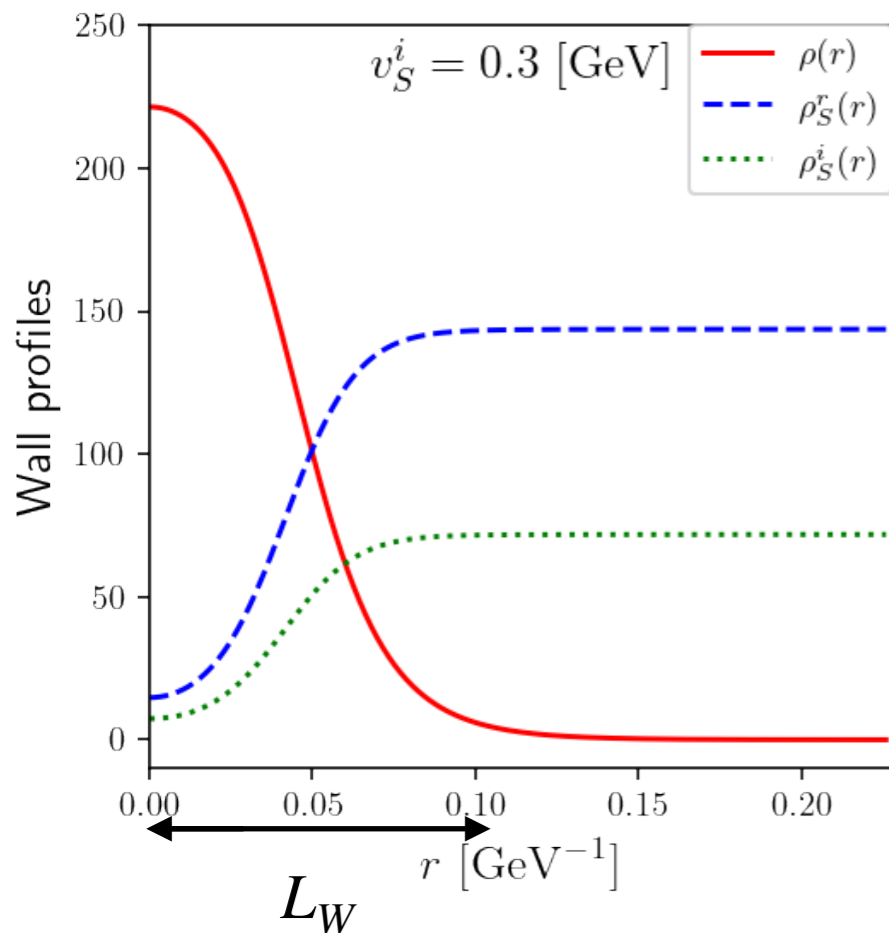
$$\langle H(r) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \rho(r) \end{pmatrix}, \quad \langle S(r) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\rho_S^r(r) + i\rho_S^i(r))$$



\*Critical bubbleのエネルギーを考えると

球対称のconfigurationのときが最もエネルギーが小さい

→ スカラー場はradial coordinateにのみ依存



一次相転移が強いほど壁の厚さ( $L_w$ )は薄い



# Bubble nucleation

EWBGに関するCPV phaseを評価する前に…

$S$  は混合角 $\alpha$ を通してのみフェルミオンとcoupleするため、

pseudoscalar coupling  $h_i \bar{f} \gamma_5 f$  は現れない

→ スカラーポテンシャルやVEVにcomplex phaseがあっても

SMのmatter sectorにCPVを導入できない

バリオン数生成の実現には、例えば

$$\mathcal{L} = -y_t \bar{q}_L \tilde{H} \left( 1 + \frac{c_1}{\Lambda} S + \frac{c_2}{\Lambda^2} |S|^2 + \frac{c_3}{\Lambda^2} S^2 + \dots \right) t_R + \text{H.c}$$

のような項を追加する必要がある

$q_L$ : 左巻き doublet フェルミオン

$\tilde{H} = i\tau^2 H^*$  w/ Pauli matrix  $\tau^2$

$c_i$ : 任意の複素パラメーター

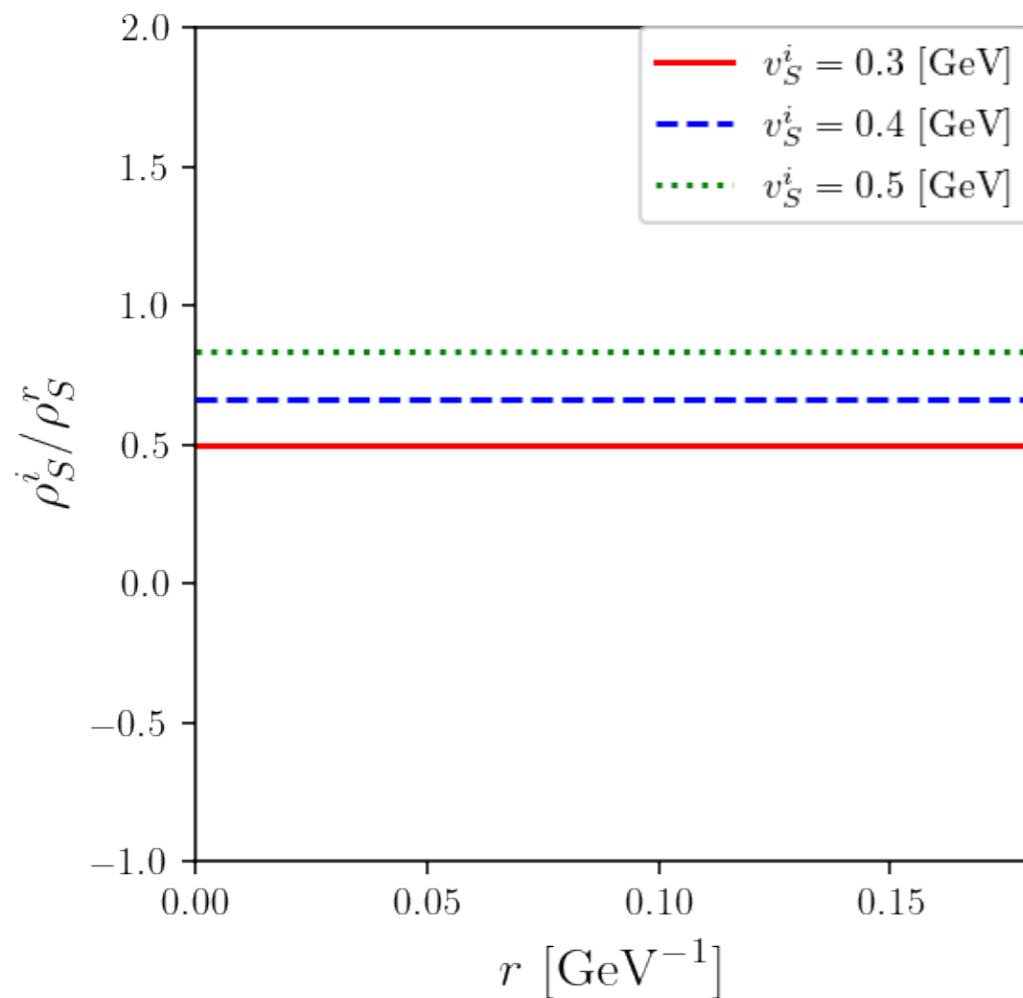
$\Lambda$ : the scale of the integrated fermion



# Bubble nucleation

EWBGに関するCPV phase  $\theta(r) \equiv \tan^{-1} \left( \frac{\rho_S^i(r)}{\rho_S^r(r)} \right)$

バリオン数は  $\theta(r)$  の  $r$  微分から発生しうる



$$\mathcal{L} = -y_t \bar{q}_L \tilde{H} \left( 1 + \frac{c_1}{\Lambda} S + \frac{c_2}{\Lambda^2} |S|^2 + \frac{c_3}{\Lambda^2} S^2 + \dots \right) t_R + \text{H.c}$$

相転移中のtop mass

$$m_t(r) = \frac{y_t \rho(r)}{\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{c_1}{\sqrt{2}\Lambda} (\rho_S^r(r) + i\rho_S^i(r)) \right) \equiv |m_t(r)| e^{i\theta_t(r)}$$

$$\theta_t(r) = \tan^{-1} \left( \frac{\rho_S^i(r)}{\sqrt{2}\Lambda/c_1 + \rho_S^r(r)} \right)$$

この項が追加されるから大丈夫!

一定になった → 拡張してもバリオン数生成できない?

→ バリオン数生成の可能性あり

# 重力波

arXiv:2105.11830, 2205.12046

## CPV CxSM and CPC CxSM

強い一次相転移の重要な帰結として、bubbleとplasmaのdynamicsから生じる**重力波**がある。

重力波の振幅や周波数を決める量: 潜熱 ( $\alpha$ )、相転移の継続時間( $\beta$ )

$$\alpha \equiv \frac{\epsilon(T_*)}{\rho_{\text{rad}}(T_*)}, \quad \beta \equiv H_* T_* \frac{d}{dT} \left( \frac{S_3(T)}{T} \right) \Big|_{T=T_*}$$
$$\epsilon(T) = \Delta V_{\text{eff}} - T \frac{\partial \Delta V_{\text{eff}}}{\partial T}, \quad \rho_{\text{rad}}(T) = \frac{\pi^2}{30} g_*(T) T^4 \quad T_* = T_N$$

重力波のスペクトラム

$$\Omega_{\text{GW}}(f) h^2 = \underbrace{\Omega_{\text{col}}(f) h^2}_{\text{bubble collision}} + \underbrace{\Omega_{\text{sw}}(f) h^2}_{\text{sound wave}} + \underbrace{\Omega_{\text{turb}}(f) h^2}_{\text{turbulence}}$$

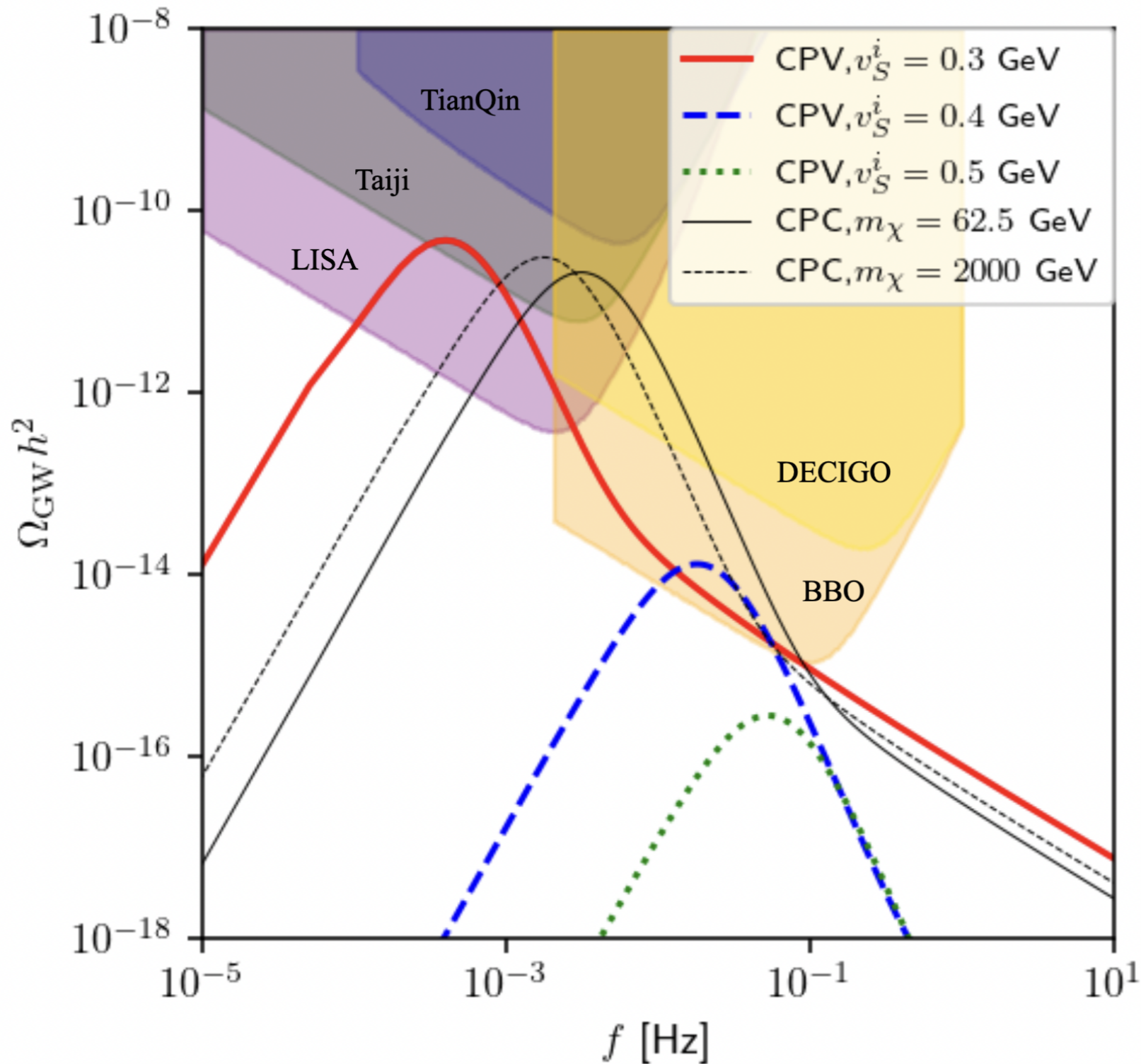
大きい $\alpha$ , 小さい $\beta$  によって $\Omega_{\text{GW}}(f) h^2$  はenhanceされる

(大きなsupercooling $\Delta$ は大きな $\alpha$ に対応)

# 重力波

arXiv:2105.11830, 2205.12046

## CPV CxSM and CPC CxSM



-  $\theta = \tan^{-1}(v_S^i/v_S^r) \lesssim 0.7$  の

とき、CPV CxSMの予言する重力波は実験で観測可能

# まとめ

- CxSMの縮退スカラーシナリオにおいて、CP phaseが強い電弱一次相転移に与える影響を、CPC CxSMでの結果と比較することで精査した。
- $v_S^i \lesssim 0.3$  のときnucleationが起きず、 $v_S^i \gtrsim 0.5$  のとき強い一次相転移が起きなかったため、 $v_S^i = 0.3, 0.4, 0.5$  としてベンチマークポイントを設定した。
- Bubble profileを確認し、 $\theta(r) = \tan^{-1}(\rho_S^i(r)/\rho_S^r(r))$  が  $r$  に対して一定となったが  $S$  とフェルミオンが直接coupleする項を加えることでphaseが変化しバリオン数生成の可能性があることがわかった。
- 一次相転移由来の重力波を調べ、いくつかのベンチマークポイントで将来実験により検証可能であることがわかった。

# 今後の展望

- $S$  とフェルミオンが直接coupleする項を追加しバリオン数生成の可能性を探る

$$\mathcal{L} = -y_t \bar{q}_L \tilde{H} \left( 1 + \frac{c_1}{\Lambda} S + \frac{c_2}{\Lambda^2} |S|^2 + \frac{c_3}{\Lambda^2} S^2 + \dots \right) t_R + \text{H.c}$$

WKB法を用いて生成されるバリオン数を見積もる  
EDMの制限を精査する

- 暗黒物質候補の導入

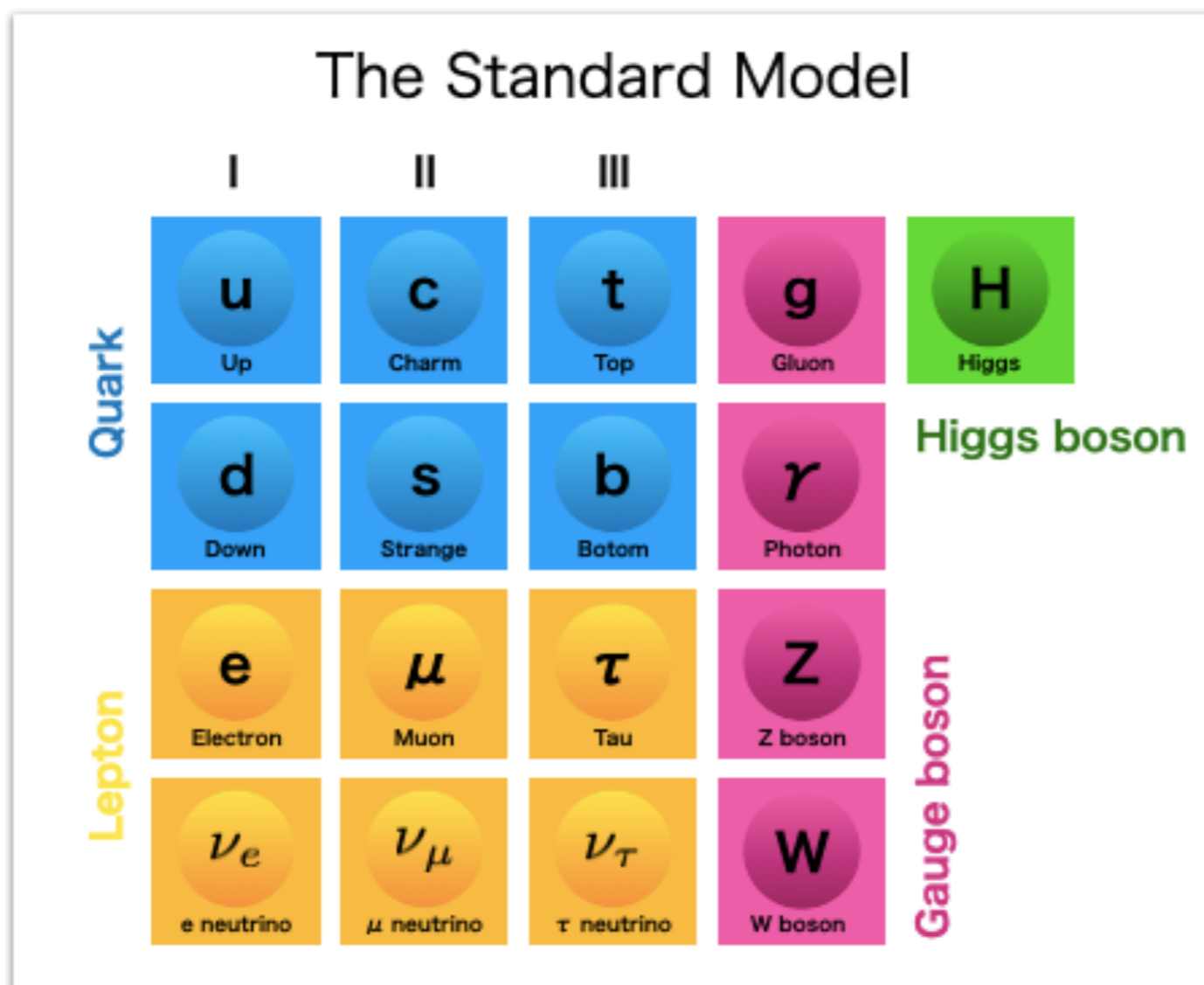
CPC CxSMでは $S$ の虚部がDMとして振る舞い、その安定性をCP対称性により保証していた  
しかしこのDMではrelic densityの観測値には満たない  
→ 新たなDM候補を導入する(vector like fermionの予定)

**Back up**

# CxSM (Complex singlet extension of the SM)

CxSM (Complex singlet extension of the SM):

標準模型 + ゲージシングレットな複素スカラー場



複素スカラー場

+  $S$

# CxSM (Complex singlet extension of the SM)

$$(\text{ラグランジアン}) = (\text{運動エネルギー}) - (\text{ポテンシャル}) \quad L = K - V$$

標準模型ヒッグス場 $H$ と新たに導入した複素スカラー場 $S$ のtree level ポテンシャル

$$V_0 = \frac{m^2}{2}|H|^2 + \frac{\lambda}{4}|H|^4 + \frac{\delta_2}{2}|H|^2|S|^2 + \frac{b_2}{2}|S|^2 + \frac{d_2}{4}|S|^4 + \left( a_1 S + \frac{b_1}{4} S^2 + \text{c.c.} \right)$$

Global U(1)対称な項

$$S \rightarrow e^{i\phi} S \quad (\phi = \text{const.})$$

Global U(1)対称性を

softに破る項

係数は全て正と仮定  $\rightarrow$  CP対称性 ( $S \rightarrow S^*$ ) が成り立つ

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}, \quad S = (v_S + s + i\chi)/\sqrt{2}$$

$v$  :  $h$  の真空期待値

$v_S$  :  $s$  の真空期待値

$\chi$  : 暗黒物質候補粒子



# CxSM (Complex singlet extension of the SM)

## 暗黒物質の性質

- ・ 質量を持つ → global U(1)対称な項だけだと $\chi$ はゴールドストーンボソン  
対称性を破る項により質量を持つ  $m_\chi^2 = -b_1 - \sqrt{2}\frac{a_1}{v_S}$
- ・ 電荷を持たない →  $\chi$ は電荷0
- ・ 長寿命 →  $\chi$ はCP-oddであるため、他の粒子に崩壊しない

## CP-even粒子: $h, s$

### 質量固有状態

$$\begin{pmatrix} h \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}$$

unphysical

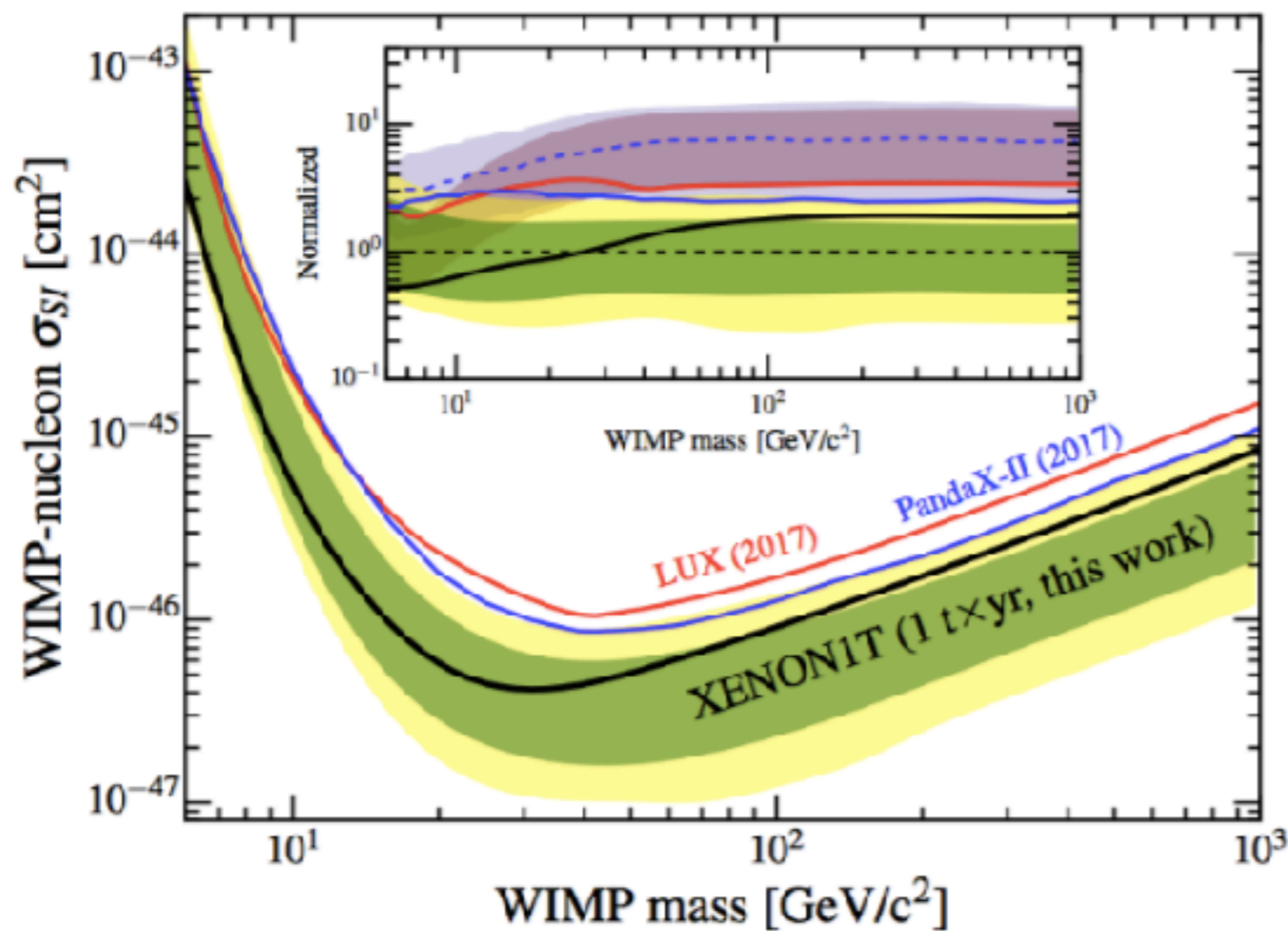
2つのヒッグス粒子; physical

### 質量固有値

$$m_{h_1, h_2}^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda}{2} v^2 \sqrt{\frac{d_2^2}{2} v_S^2 - \sqrt{2} \frac{a_1}{2v_S}} \right) \quad \Lambda^2 \equiv \frac{d_2^2}{2} v_S^2 - \sqrt{2} \frac{a_1}{2v_S}$$

**$h_1$ : SMのヒッグス粒子 ( $m_{h_1} = 125 \text{ GeV}$ )**

# CxSM (Complex singlet extension of the SM)



CxSMは暗黒物質  $\chi$  を含む

→ 直接探索実験からの強い制限を回避する必要がある

→ 縮退スカラーシナリオで制限を回避

# 縮退スカラーシナリオ

相互作用項  $h_1\chi^2, h_2\chi^2$

$$\blacklozenge \mathcal{L}_S = g_{h_1\chi\chi}h_1\chi^2 + g_{h_2\chi\chi}h_2\chi^2$$

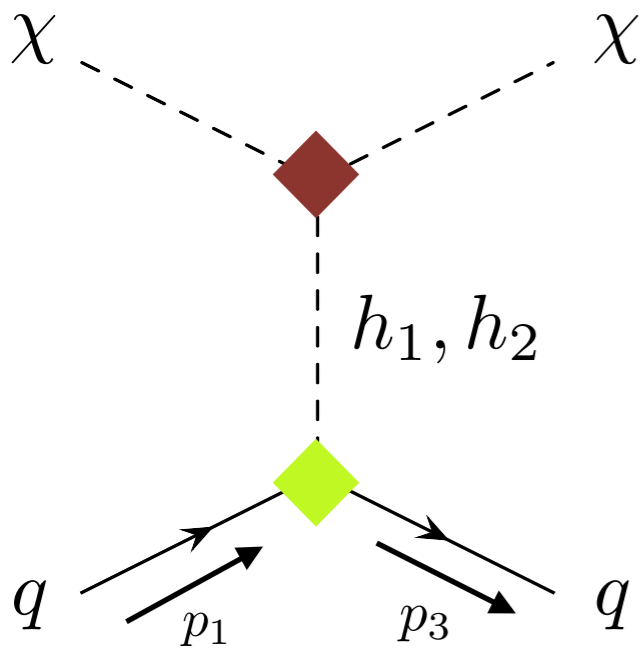
$$g_{h_1\chi\chi} \equiv -\frac{m_{h_1}^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S}}{2v_S} \sin \alpha$$

$$g_{h_2\chi\chi} \equiv \frac{m_{h_2}^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S}}{2v_S} \cos \alpha,$$

相互作用項  $h_1\bar{f}f, h_2\bar{f}f$

$$\blacklozenge \mathcal{L}_Y = \frac{m_f}{v} \bar{f}f (h_1 \cos \alpha - h_2 \sin \alpha)$$

CxSMにおける暗黒物質  $\chi$  とクォーク  $q$  の散乱は  $h_1, h_2$  を媒介粒子として起こる



$h_1$  or  $h_2$  が媒介するそれぞれの散乱振幅 ( $t = (p_3 - p_1)^2$ )

$$i\mathcal{M}_{h_1} = -i \frac{m_f}{vv_S} \frac{m_{h_1}^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S}}{t - m_{h_1}^2} \sin \alpha \cos \alpha \bar{u}(p_3)u(p_1),$$

$$i\mathcal{M}_{h_2} = +i \frac{m_f}{vv_S} \frac{m_{h_2}^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S}}{t - m_{h_2}^2} \sin \alpha \cos \alpha \bar{u}(p_3)u(p_1),$$

# 縮退スカラーシナリオ

2つの散乱振幅の和

$$i(\mathcal{M}_{h_1} + \mathcal{M}_{h_2}) = i \frac{m_f}{vv_S} \left( -\frac{m_{h_1}^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S}}{t - m_{h_1}^2} + \frac{m_{h_2}^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S}}{t - m_{h_2}^2} \right) \sin \alpha \cos \alpha \bar{u}(p_3) u(p_1)$$

$$\simeq i \frac{m_f}{vv_S} \sin \alpha \cos \alpha \bar{u}(p_3) u(p_1)$$

$$\left. \left( \left( \sqrt{2}a_1, \dots \right) \left( 1 \quad 1 \right) + \sqrt{2}a_1, \left( 1 \quad 1 \right) \right) \right\}$$

**2つのヒッグス粒子の質量が縮退しているとき ( $m_{h_1} \simeq m_{h_2}$ )**

**暗黒物質-核子散乱振幅は打ち消し合う**

$$vv_S \left( m_{h_1}^2 \quad m_{h_2}^2 \right) \rightarrow 0$$

散乱振幅が打ち消し合うためには、 $a_1 \simeq 0$  or  $m_{h_1} \simeq m_{h_2}$  だが

Domain wall問題の観点から $a_1 \neq 0$ としたい

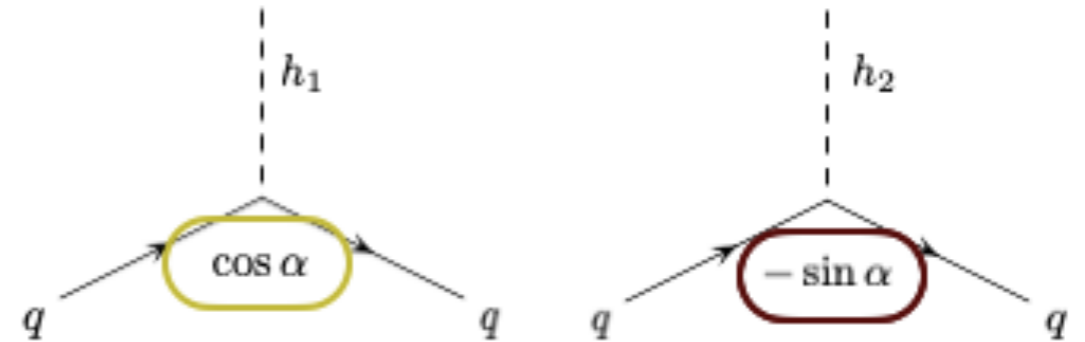
cf.) 微分断面積と散乱振幅の関係  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = |\mathcal{M}|^2$

# 縮退スカラーシナリオ

$h_1, h_2$  と標準模型のフェルミオン、ゲージボソンの相互作用は on-shell で両者の寄与を足し上げることで標準模型の予言と一致する

例) フェルミオンの相互作用

$$\mathcal{L}_Y = -\frac{m_f}{v} \bar{f} f (h_1 \cos \alpha - h_2 \sin \alpha)$$



$$h_1 = h_{\text{SM}} \cos \alpha - s \sin \alpha, \quad h_2 = -h_{\text{SM}} \sin \alpha + s \cos \alpha$$

$$\Gamma(h_1 \rightarrow \text{SM}) = \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM})(m_{h_1}) \times \cos^2 \alpha$$

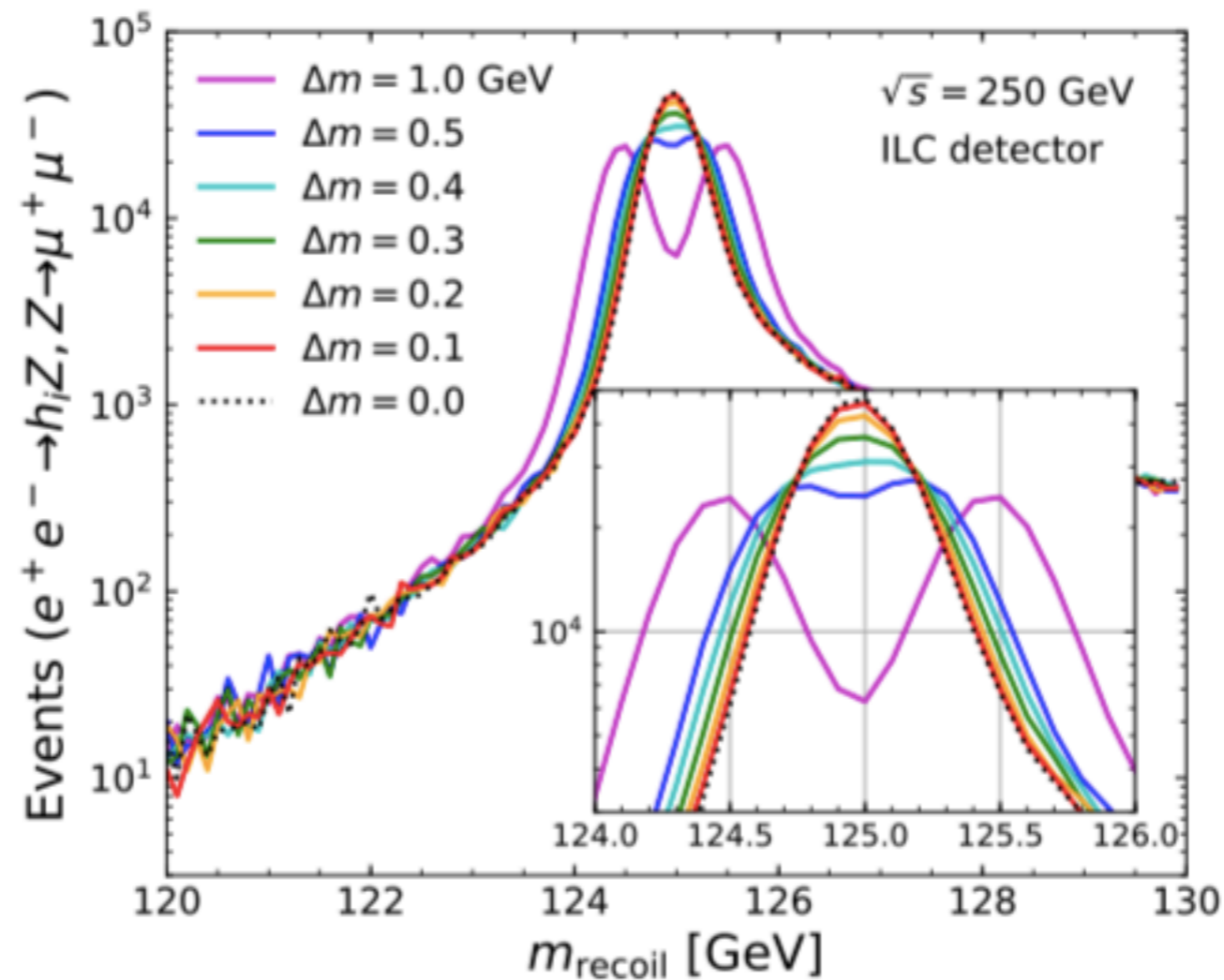
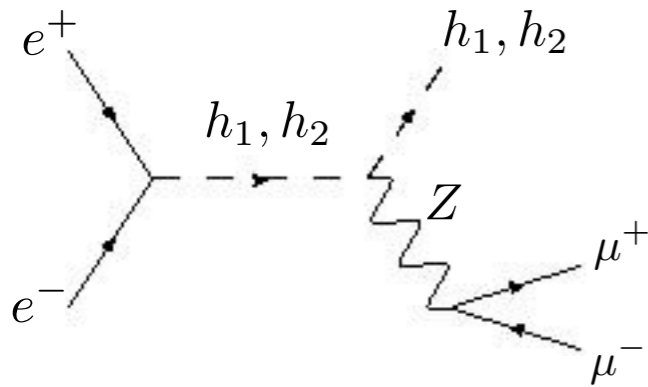
$$\Gamma(h_2 \rightarrow \text{SM}) = \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM})(m_{h_2}) \times \sin^2 \alpha$$

$$\Gamma(h_1 \rightarrow \text{SM}) + \Gamma(h_2 \rightarrow \text{SM}) \simeq \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM}) \text{ for } m_{h_1} \simeq m_{h_2}$$

# 縮退スカラーシナリオ

LHCの精度では2つのヒッグス粒子の質量差 $\Delta m$ が $\Delta m \simeq |m_{h_1} - m_{h_2}| \simeq 3 \text{ GeV}$ のとき、 $2\sigma$ のズレとして観測される  $\rightarrow$  それ以下なら $h_1, h_2$ を識別できない

ILCではどうか？



# 電弱一次相転移

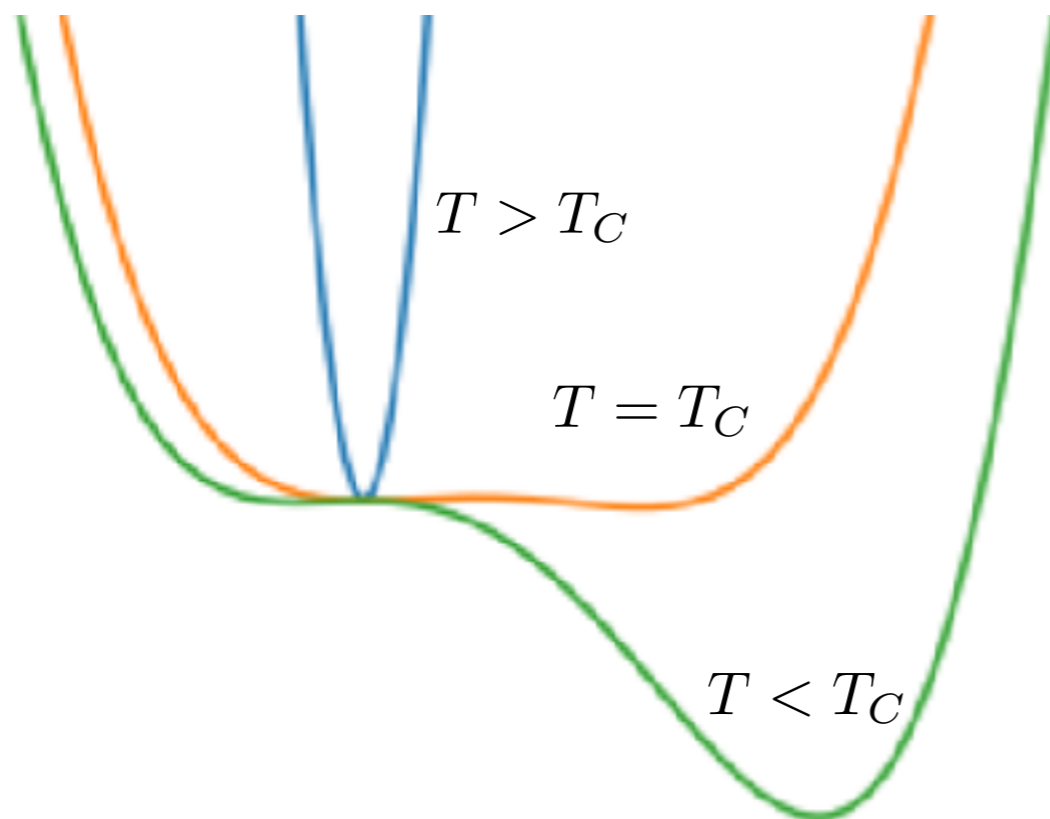
電弱バリオジェネシスでは、サハロフの3条件より強い電弱一次相転移が必要

元の相から次の相へ劇的に変化する

→ 定量化したい

$$\frac{v_C}{T_C} \gtrsim 1 \quad \begin{array}{l} T_C: \text{臨界温度} \\ v_C: T_C \text{でのHiggsのvev} \end{array}$$

有効ポテンシャル(温度依存)



臨界点ではポテンシャルが2つの縮退した最小値を持つ

\*  $T > T_C$

ヒッグス場の真空期待値が0(真空期待値を取らない)のときポテンシャルは最小

\*  $T = T_C$

ポテンシャルを最小にするnonzeroの真空期待値 ( $v_C$ ) が登場

\*  $T < T_C$

nonzeroの真空期待値でポテンシャルが最小

# 電弱一次相転移

Tree levelポテンシャル

$$V_0 = \frac{m^2}{2} |H|^2 + \frac{\lambda}{4} |H|^4 + \frac{\delta_2}{2} |H|^2 |S|^2 + \frac{b_2}{2} |S|^2 + \frac{d_2}{4} |S|^4 + \left( a_1 S + \frac{b_1}{4} S^2 + \text{c.c.} \right)$$

→ これに加えてゼロ温度のloopレベルのポテンシャルや有限温度のloopレベルのポテンシャルを考えないといけない

簡単のため標準模型の有効ポテンシャル(高温近似)を考えてみる

$$V(\phi_c, T) = D(T^2 - T_o^2) \phi_c^2 - ET \phi_c^3 + \frac{\lambda(T)}{4} \phi_c^4$$

$$D = \frac{2m_W^2 + m_Z^2 + 2m_t^2}{8v^2}$$

$$E = \frac{2m_W^3 + m_Z^3}{4\pi}$$

$$T_o^2 = \frac{m_h^2 - 8Bv^3}{4D}$$

$$B = \frac{3}{64\pi^2 v^4} (2m_W^4 + m_Z^4 - 4m_t^4)$$

$$\lambda(T) = \lambda - \frac{3}{16\pi^2 v^4} \left( 2m_W^4 \log \frac{m_W^2}{A_B T^2} + m_Z^4 \log \frac{m_Z^2}{A_B T^2} - 4m_t^4 \log \frac{m_t^2}{A_F T^2} \right)$$

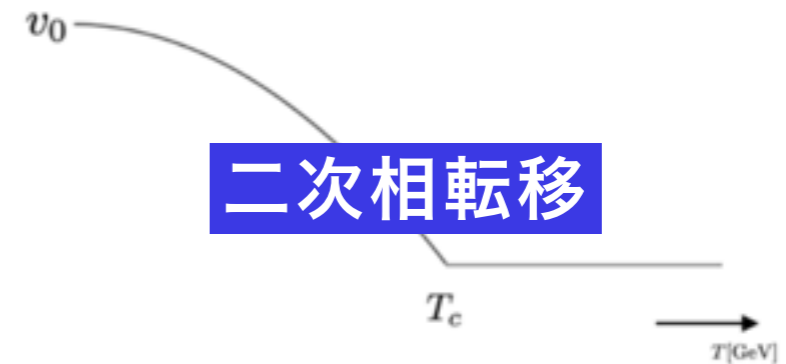
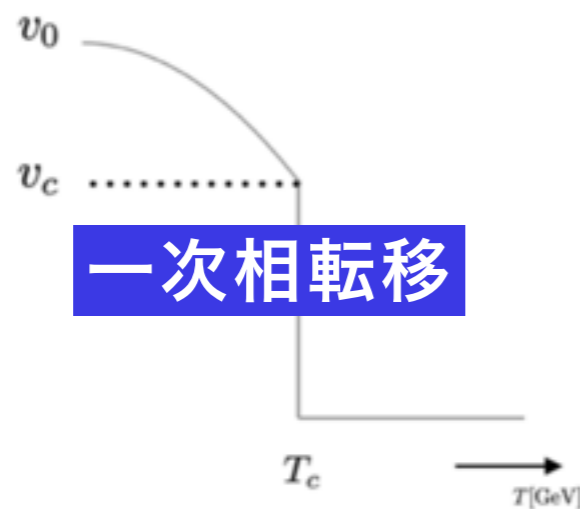
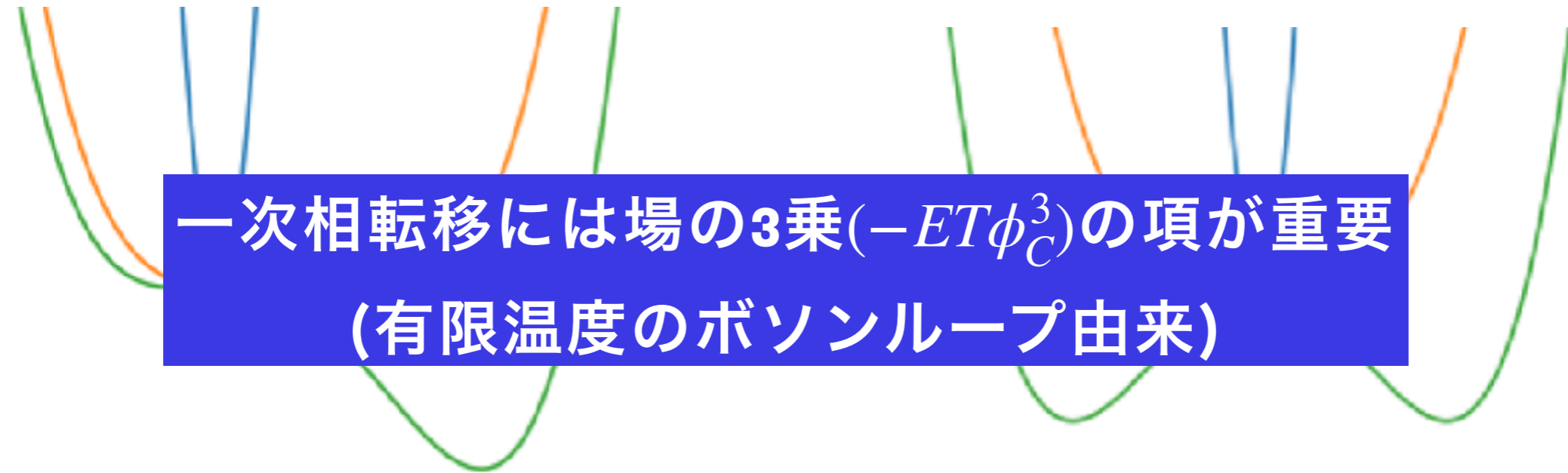
$\phi_c$  : ヒッグスの背景場



# 電弱一次相転移

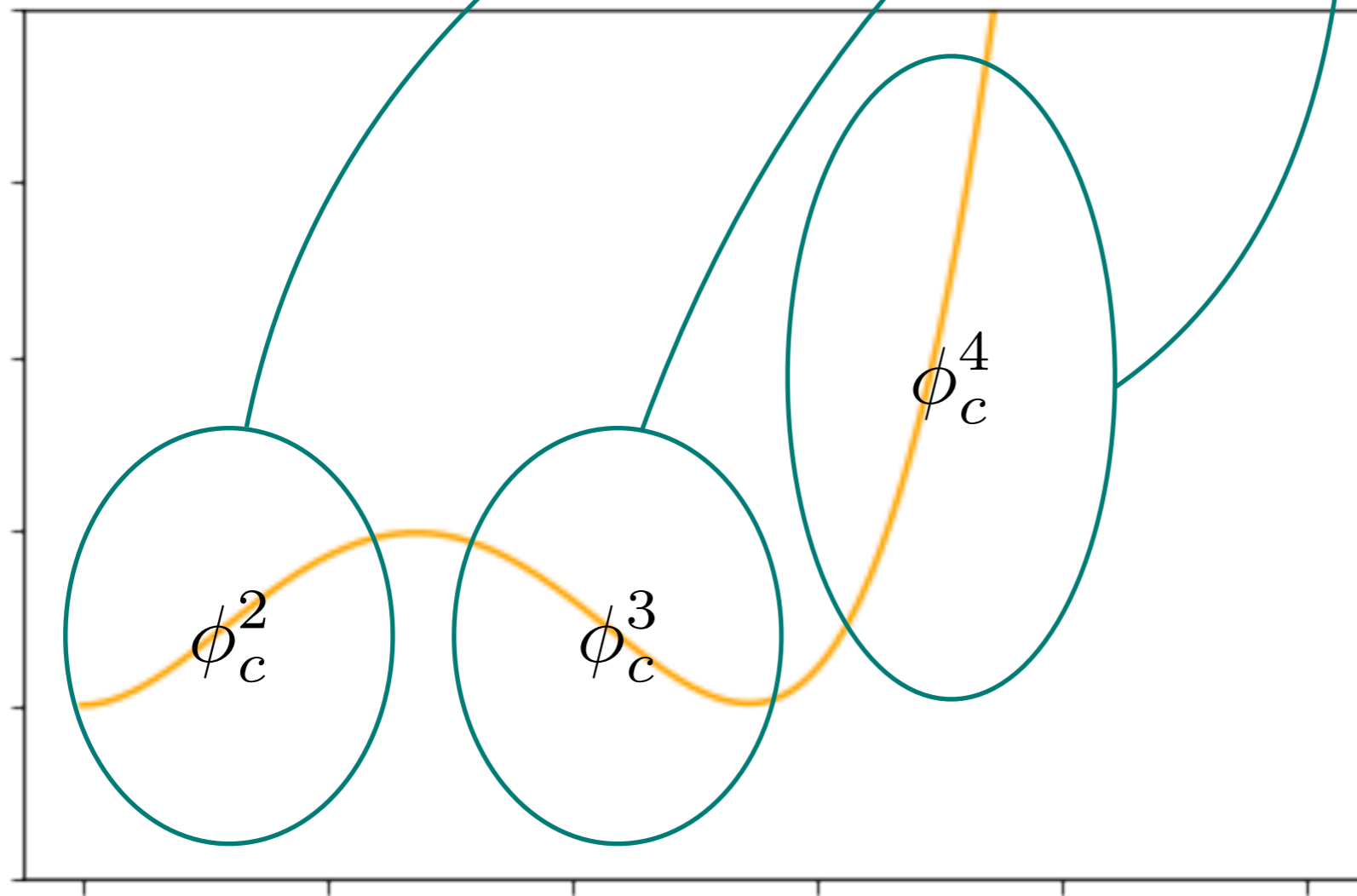
$$V(\phi_c, T) = D(T^2 - T_o^2)\phi_c^2 - ET\phi_c^3 + \frac{\lambda(T)}{4}\phi_c^4$$

$$V(\phi_c, T) = D(T^2 - T_o^2)\phi_c^2 + \frac{\lambda(T)}{4}\phi_c^4$$



# 電弱一次相転移

$$V(\phi_c, T) = D(T^2 - T_o^2)\phi_c^2 - ET\phi_c^3 + \frac{\lambda(T)}{4}\phi_c^4$$



一次相転移が起こるとい  
ことは  $v_C$  が不連続に発生する  
ということ



$\phi_C = 0$  と  $\phi_C = v_C$  の間に  
バリアが必要



ポテンシャルを一度  
落ち込ませる  $-\phi^3$  の寄与  
が必要

# CxSMの電弱一次相転移

一般的に有限温度のボソンループが一次相転移に重要  
しかしCxSMではtree levelの構造がより大きな寄与を与える

**High Temperature Potential = Tree level Potential + Thermal Mass** を見てみる

有限温度ポテンシャルから場の  
2次の項を抜き出したもの

$$\begin{aligned} V^{\text{HT}}(\varphi, \varphi_S; T) &= V_0(\varphi, \varphi_S) + \frac{1}{2} (\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^2) T^2 \\ &= \frac{m^2}{4} \varphi^2 + \frac{\lambda}{16} \varphi^4 + \frac{\delta_2}{8} \varphi^2 \varphi_S^2 + \frac{b_2}{4} \varphi_S^2 + \frac{d_2}{16} \varphi_S^4 + \sqrt{2} a_1 \varphi_S + \frac{b_1}{4} \varphi_S^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} (\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^2) T^2 \end{aligned}$$

$$\Sigma_H = \frac{\lambda}{8} + \frac{\delta_2}{24} + \frac{3g_2^2 + g_1^2}{16} + \frac{y_t^2}{4}, \quad \Sigma_S = \frac{\delta_2 + d_2}{12}$$

# CxSMの電弱一次相転移

場を極座標表示する  $\varphi = z \cos \gamma$ ,  $\varphi_S = z \sin \gamma + v_S^{\text{sym}}$

$$V^{\text{HT}}(\varphi, \varphi_S; T) = V_0(\varphi, \varphi_S) + \frac{1}{2} (\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^2) T^2$$

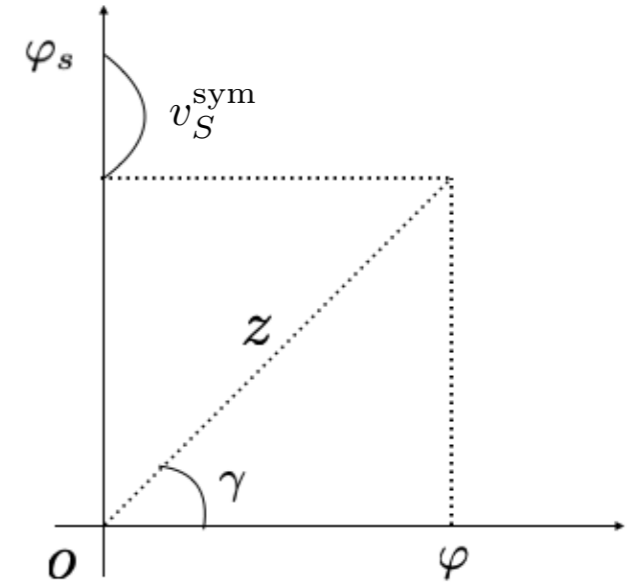
$$\rightarrow V^{\text{HT}}(z, \gamma; T) = c_0 + c_1 z + (c_2 + c'_2 T^2) z^2 - c_3 z^3 + c_4 z^4$$

一次相転移が起こるとき

$$T_C \simeq \sqrt{\frac{1}{2\Sigma_H} \left( -m^2 - \frac{(v_{SC}^{\text{sym}})^2}{2} \delta_2 \right)}, \quad v_C = \lim_{T \nearrow T_C} v(T)$$

$$v_C \simeq \sqrt{\frac{2\delta_2 (v_{SC}^{\text{sym}})^2}{\lambda} \left( 1 - \frac{v_{SC}}{v_{SC}^{\text{sym}}} \right)}, \quad v_{SC} = \lim_{T \nearrow T_C} v_S(T)$$

$$v_{SC}^{\text{sym}} = \lim_{T \searrow T_C} v_S(T)$$



$$c_3 = -\frac{s_\gamma v_S^{\text{sym}}}{4} (\delta_2 c_\gamma^2 + d_2 s_\gamma^2)$$

強い一次相転移の条件

$$\frac{v_C}{T_C} \gtrsim 1$$

# CxSMの電弱一次相転移

$$T_C \simeq \sqrt{\frac{1}{2\Sigma_H} \left( -m^2 - \frac{(v_{SC}^{\text{sym}})^2}{2} \delta_2 \right)},$$

About  $T_C$   $T_C \rightarrow$  小さい,  $\delta_2 \rightarrow$  正かつ大きい

$$\delta_2 = \frac{2}{v v_S} (m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2) \sin \alpha \cos \alpha$$

$$v_C \simeq \sqrt{\frac{2\delta_2 (v_{SC}^{\text{sym}})^2}{\lambda} \left( 1 - \frac{v_{SC}}{v_{SC}^{\text{sym}}} \right)}$$

$v_S \rightarrow$  小さい,  $\alpha \rightarrow$  最大角  $\frac{\pi}{4}$

(1) 正かつ大きな  $\delta_2$   $\therefore |\alpha| \simeq \frac{\pi}{4}$  and  $v_S < 1 \text{ GeV}$

(2) 小さな  $d_2$   $\therefore a_1 < 0$  かつ 適当な値

About  $v_C$

$$(v_{SC}^{\text{sym}})^3 + A v_{SC} + B = 0$$

$v_{SC}^{\text{sym}}$  は  $1/\sqrt{d_2}$  によってスケールされる  $\therefore d_2 \rightarrow$  small

$$A = 2(b_1 + b_2 + 2\Sigma_S)/d_2$$

$$B = 4\sqrt{2}a_1/d_2$$

$$d_2 = \frac{2}{v_S^2} \left[ m_{h_1}^2 + (m_{h_2}^2 - m_{h_1}^2) \cos^2 \alpha + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S} \right] \simeq \frac{2}{v_S^2} \left[ m_{h_1}^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S} \right] \quad a_1 < 0$$

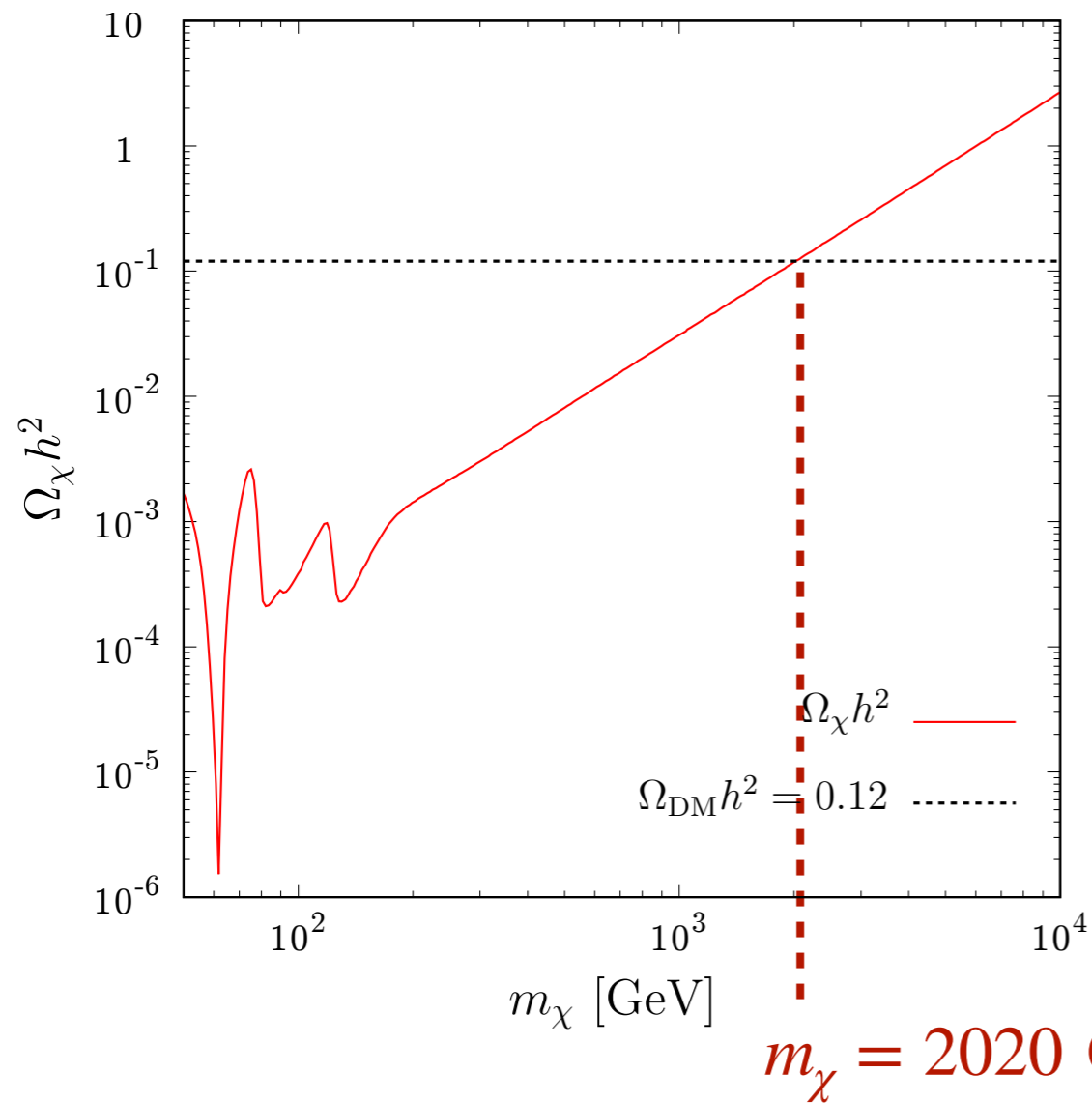
# ベンチマークポイント

Inputs	$v$ [GeV]	$m_{h_1}$ [GeV]	$m_{h_2}$ [GeV]	$\alpha$ [rad]	$a_1$ [GeV <sup>3</sup> ]	$v_S$ [GeV]	$m_\chi$ [GeV]
BP1	246.22	125	124	$\pi/4$	-6576.17	0.6	Variable
BP2	246.22	125	126	$-\pi/4$	-6682.25	0.6	Variable
Outputs	$m^2$ [GeV <sup>2</sup> ]	$b_1$ [GeV <sup>2</sup> ]	$b_2$ [GeV <sup>2</sup> ]	$\lambda$	$a_1$ [GeV <sup>3</sup> ]	$d_2$	$\delta_2$
BP1	$-(124.5)^2$	$-(107.7)^2$	$-(178.0)^2$	0.511	-6576.17	1.77	1.69
BP2	$-(125.5)^2$	$-(108.8)^2$	$-(178.4)^2$	0.520	-6682.25	1.70	1.59

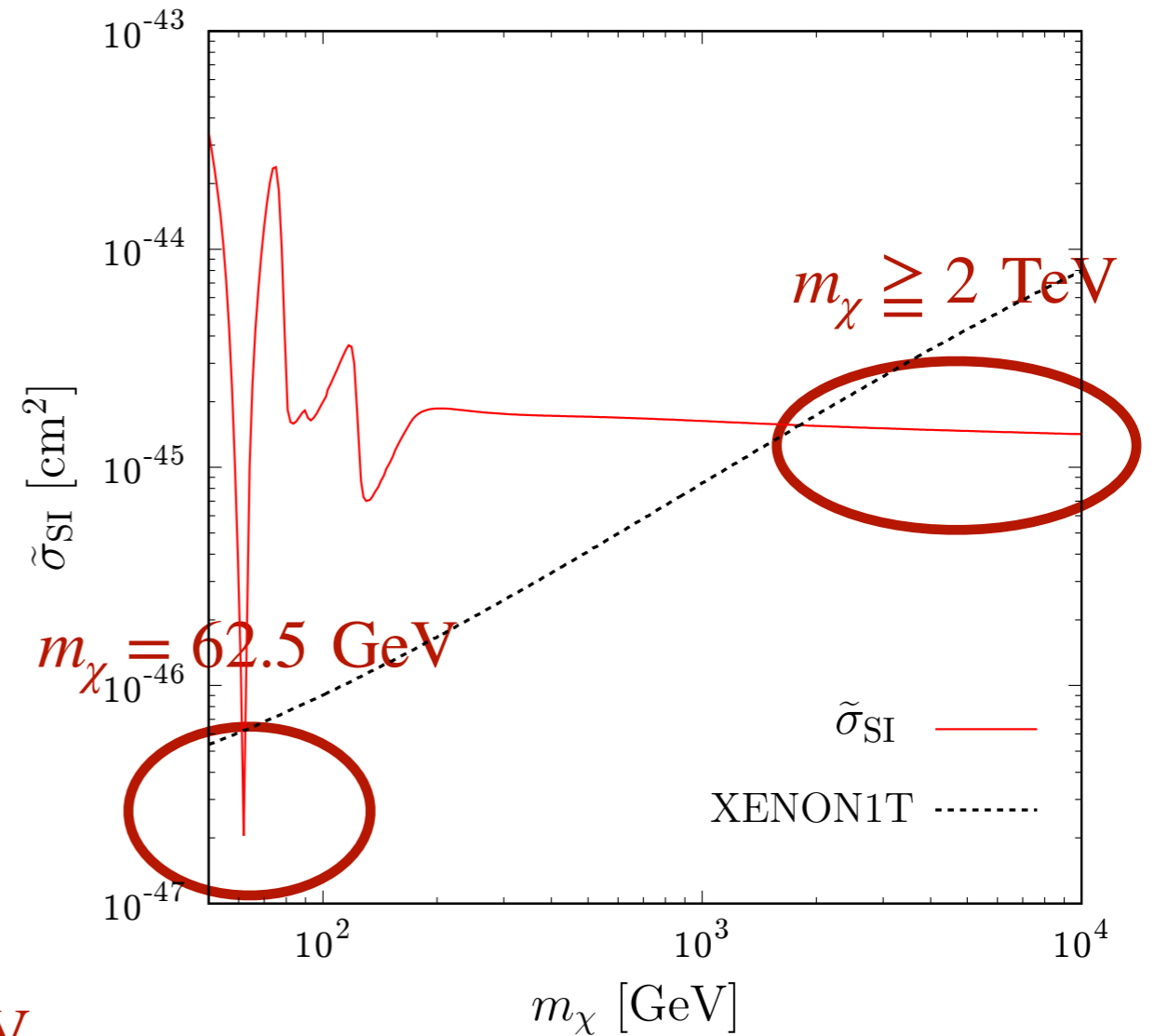
BP1における暗黒物質の残存量 $\Omega_\chi h^2$ と暗黒物質-核子散乱断面積 $\sigma_{SI}$ を計算する。

(しばらくの間、 $m_\chi$ は変数として扱う)

# 暗黒物質実験



暗黒物質残存量  $\Omega_\chi h^2$



暗黒物質-核子散乱断面積  $\sigma_{\text{SI}}$

# 縮退スカラーシナリオと電弱一次相転移

なぜ縮退スカラーシナリオを用いても、一部の領域で散乱断面積が抑制されないのか

For 縮退スカラーシナリオ

$$\sigma_{SI} \propto \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \left( \frac{1}{m_{h_1}^2} - \frac{1}{m_{h_2}^2} \right)^2 \frac{a_1^2}{v_S^4} = \frac{\delta_2^2 v^2}{4m_{h_1}^4 m_{h_2}^4} \frac{a_1^2}{v_S^2}$$

$$\delta_2 = \frac{2}{vv_S} (m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2) \sin \alpha \cos \alpha$$

$\delta_2 (\propto m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2)$  が小さいことが重要

同時に、 $v_S$  が  $\delta_2$  の小ささを打ち消さないようにある程度大きさを持つ必要がある

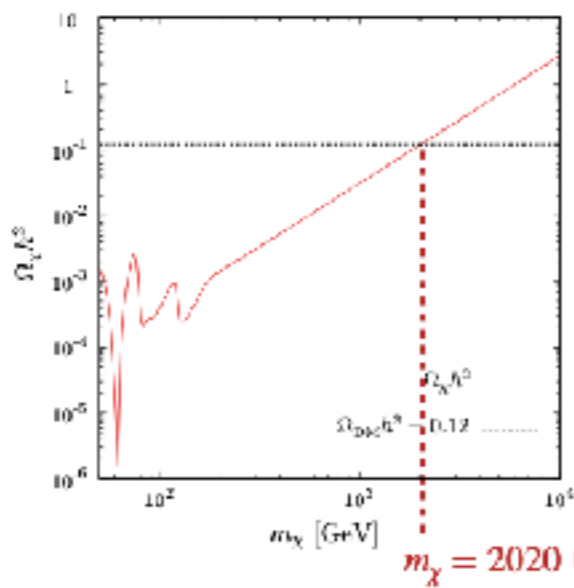
**⇕ 相反する条件を持つ！**

For 強い一次相転移

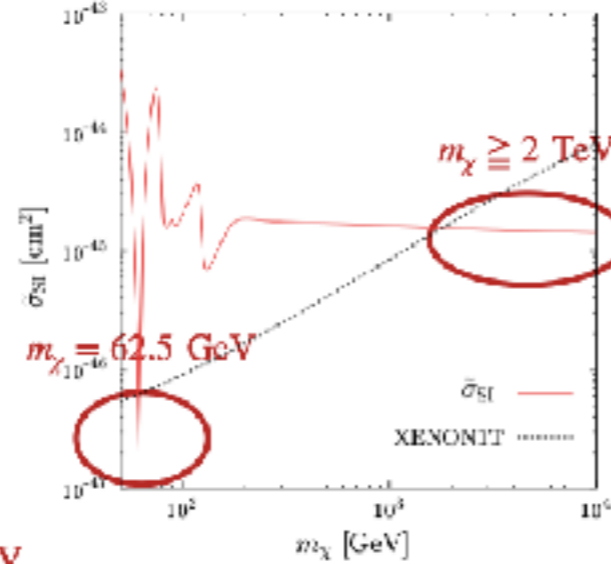
doublet-singlet mixing  $\delta_2$  を大きくするために  $v_S$  を小さくする



# 縮退スカラーシナリオと電弱一次相転移



暗黒物質残存量  $\Omega_\chi h^2$



暗黒物質-核子散乱断面積  $\sigma_{SI}$

暗黒物質の質量が62.5 GeVのとき  
残存量も断面積も制限に抵触しない

BP1

	BP1 <b>Strong 1st PT !</b>			
Scheme	HT	PRM	Parwani	AE
$v_C/T_C$	$\frac{184.4}{85.3} = 2.2$	$\frac{195.6}{78.2} = 2.5$	$\frac{201.5}{106.8} = 1.9$	$\frac{202.7}{107.8} = 1.9$
$v_{SC}$ [GeV]	1.5	1.2	1.2	1.2
$v_{SC}^{\text{sym}}$ [GeV]	134.6	137.3	144.8	145.3

# CPC CxSM

The general scalar potential

$$V = \frac{m^2}{2}|H|^2 + \frac{\lambda}{4}|H|^4 + \frac{\delta_2}{2}|H|^2|S|^2 + \frac{b_2}{2}|S|^2 + \frac{d_2}{4}|S|^4 \\ + \left( a_1 S + \frac{\delta_1}{4}|H|^2 S + \frac{\delta_3}{4}|H|^2 S^2 + \frac{b_1}{4}S^2 + \frac{c_1}{6}S^3 + \frac{c_2}{6}S|S|^2 + \frac{d_1}{8}S^4 + \frac{d_3}{8}S^2|S|^2 + \text{c.c.} \right)$$

The minimalization condition

Mixing angle  $\alpha$

$$-m^2 = \frac{\lambda}{2}v^2 + \frac{\delta_2}{2}v_S^2,$$

$$\tan 2\alpha = 2 \frac{\frac{\delta_2}{2}vv_S}{\frac{\lambda}{2}v^2 - \Lambda^2}, \quad \cos 2\alpha = \frac{\frac{\lambda}{2}v^2 - \Lambda^2}{m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2}$$

$$-b_2 = \frac{\delta_2}{2}v^2 + \frac{d_2}{2}v_S^2 + b_1 + 2\sqrt{2}\frac{a_1}{v_S}$$

Mass eigenvalues

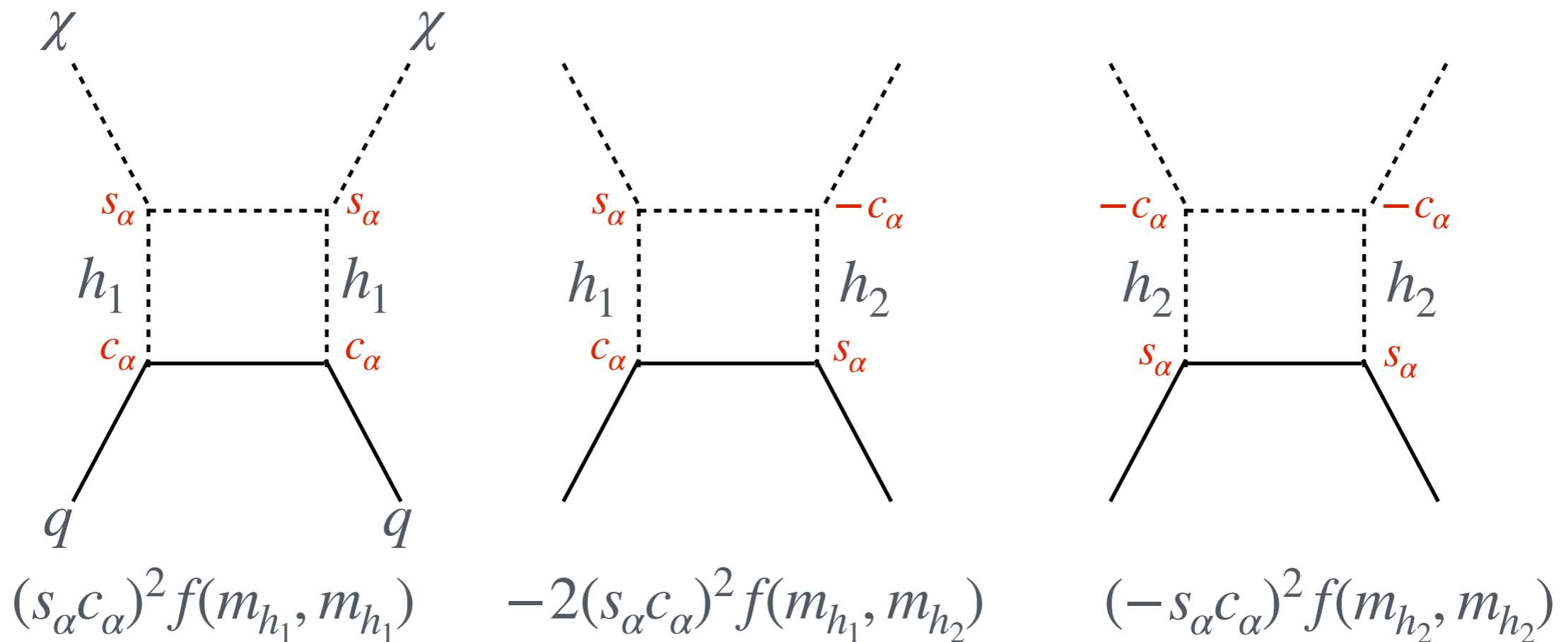
$$m_{h_1, h_2}^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda}{2}v^2 + \Lambda^2 \mp \frac{\frac{\lambda}{2}v^2 - \Lambda^2}{\cos 2\alpha} \right) \quad \Lambda^2 \equiv \frac{d_2}{2}v_S^2 - \sqrt{2}\frac{a_1}{2v_S}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda}{2}v^2 + \Lambda^2 \mp \sqrt{\left( \frac{\lambda}{2}v^2 - \Lambda^2 \right)^2 + 4 \left( \frac{\delta_2}{2}vv_S \right)^2} \right)$$

# 縮退スカラーシナリオ

Degenerate scalar scenario@ one-loop Azevedo et al., 1801.06105

$$\sigma_{\chi N}^{\text{NLO}} = \sin 2\alpha \left( \frac{\mu_{\chi N} f_N m_N}{m_{h_1} m_{h_2}} \right)^2 \frac{m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2}{v^3 v_S^3} \times \text{loop func.} \propto m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2$$



$$\text{Sum} = (s_\alpha c_\alpha)^2 (f(1,1) - f(1,2)) + (s_\alpha c_\alpha)^2 (f(2,2) - f(2,1)) \rightarrow 0 \text{ for } m_{h_1} \sim m_{h_2}$$

# 電弱バリオジェネシス

## バリオン数の破れとスファレロン

(B-L)は保存

(B+L)は保存されない

### 💡 トンネリング確率

$$\Gamma_{\text{instanton}} \simeq e^{-16\pi^2/g_2^2} \simeq 10^{-162}$$

### 💡 スファレロン遷移確率

(per time per volume)

@broken phase

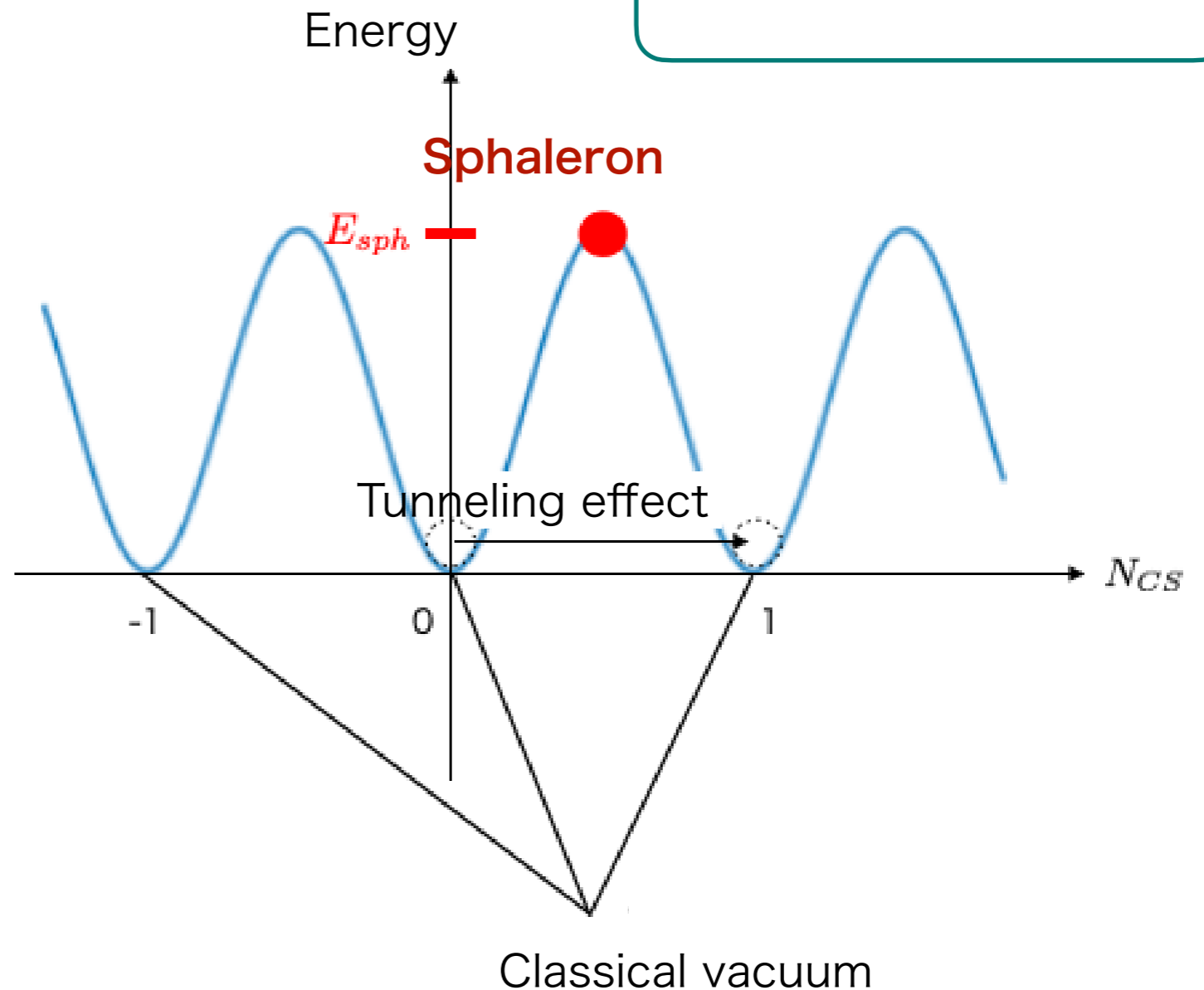
$$\Gamma_{\text{sph}}^{(b)} \simeq T^4 e^{-E_{\text{sph}}/T}$$

@symmetric phase

$$\Gamma_{\text{sph}}^{(s)} \simeq \kappa (\alpha_W T)^4$$

$$\alpha_W = g_2^2/(4\pi), \kappa = \mathcal{O}(1)$$

**Baryon number**  
quark : 1/3  
antiquark : -1/3  
lepton : 0  
boson : 0

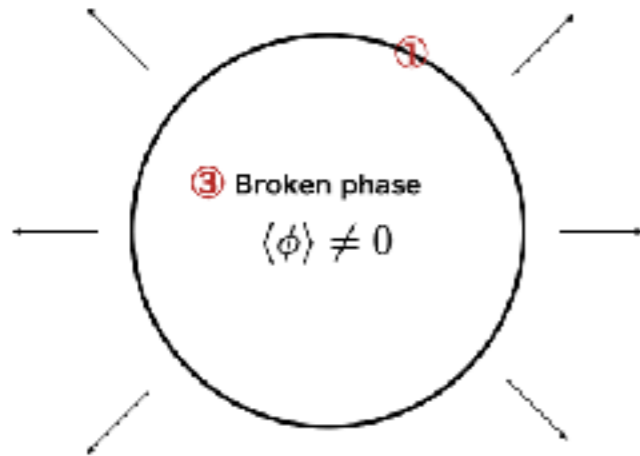


高温でバリオン数を破る  
過程が頻繁に起きる

# 電弱バリオジェネシス

② Symmetric phase

$$\langle \phi \rangle = 0$$



Transmittance, Reflectance

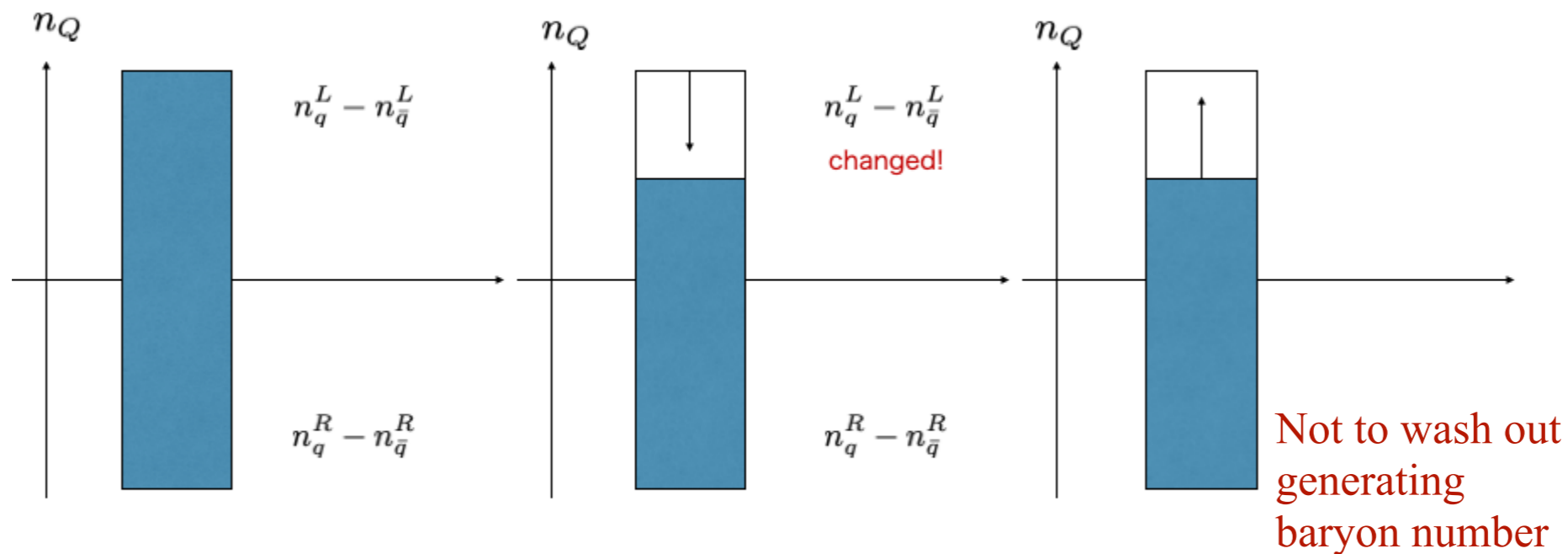
Left-handed quark  $q^L =$  Right-handed antiquark  $\bar{q}^R$

Left-handed antiquark  $\bar{q}^L =$  Right-handed quark  $q^R$

① On the wall

② Symmetric phase

③ Broken phase



$$n_Q \equiv n_q^L - n_{\bar{q}}^L + n_q^R - n_{\bar{q}}^R = 0$$

$$n_Q \equiv n_q^L - n_{\bar{q}}^L + n_q^R - n_{\bar{q}}^R \neq 0$$

baryon number generation

$$\Gamma_{\text{sph}}^{(b)} < H$$

$H$ .....Hubble constant

# 電弱バリオジェネシス

The change rate in the baryon number in the broken phase  $\Gamma_B^{(b)}(T)$

To generate baryon number

$\Gamma_B^{(b)}(T)$  must be small

$$\Gamma_B^{(b)}(T) \simeq (\text{pre}) \frac{\Gamma_{\text{sph}}^{(b)}}{T^3} \simeq (\text{pre}) e^{-E_{\text{sph}}/T}$$

$E_{\text{sph}}$  ..... sphaleron energy

Sphaleron rate/time/volume

$$\Gamma_{\text{sph}}^{(b)} \simeq T^4 e^{-E_{\text{sph}}/T}$$

$$E_{\text{sph}} \propto v(T)$$

Higgs vev must be large



$$\frac{v_c}{T_c} \gtrsim 1$$

# 電弱バリオジェネシス

$$\Gamma_B^{(b)}(T) < H \quad \rightarrow \quad \Gamma_B^{(b)}(T) \simeq (\text{pre}) e^{-E_{\text{sph}}/T} < H(T) \simeq 1.66 \sqrt{g_*} T^2 / m_{\text{P}}$$

$g_*$  .....massless dof

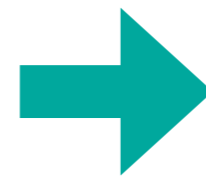
$m_{\text{P}}$ .....Plank mass

$$E_{\text{sph}} = 4\pi v \mathcal{E} / g_2 \quad \rightarrow \quad g_2 \text{ .....SU(2) gauge coupling constant}$$

$$\frac{v}{T} \geq \frac{g_2}{4\pi \mathcal{E}} (42.97 + \text{logcorrections})$$

In the case of the SM

$$m_h = 125 \text{ GeV}, \mathcal{E} = 1.92 (T = 0)$$



$$\frac{v}{T} \geq 1.16$$

# 有効ポテンシャル(one-loop)

有効ポテンシャルとはそもそも何か？

→ 場が定数のとき、時空積分を行った結果、有効作用にマイナス符号をつけたものを与えるもの

$$\Gamma[\phi_c] = - \int d^4x \underline{V_{\text{eff}}(\phi_c)} \quad \Gamma[\phi_c] : \text{有効作用}$$

有効ポテンシャル

具体的には

$$V_{\text{eff}}(\phi_c) = \underline{V_0(\phi_c)} + \frac{1}{2} \hbar \int \frac{d^4k}{i(2\pi)^4} \ln \det [iD_F^{-1}(k; \phi_c)] + \dots$$

Tree level

One-loop

Two-loop以上



# ゼロ温度有効ポテンシャル(one-loop)

$$V_{\text{eff}}(\phi_c) = V_0(\phi_c) + \frac{1}{2} \hbar \int \frac{d^4 k}{i(2\pi)^4} \ln \det [iD_F^{-1}(k; \phi_c)] + \dots$$

$V_1(\phi_c)$

$D_F^{-1}$  : 場の期待値が $\phi_c$ であるような真空でのプロパゲーターの逆数

det : 全ての場の添え字についての行列式

One-loopのゼロ温度有効ポテンシャル  $V_1(\phi_c)$

[スカラー場]

$$V_1(\phi_c) = \frac{1}{2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \ln [k^2 + m^2(\phi_c)]$$

[フェルミオン場]  $V_1(\phi_c) = -2\lambda \frac{1}{2} \text{Tr} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \ln [k^2 + M_f^2(\phi_c)]$

$2\lambda$  : フェルミオンの自由度

$\lambda = 1(2)$  : ワイル(ディラック)

フェルミオン

[ゲージ場]  $V_1(\phi_c) = 3 \frac{1}{2} \text{Tr} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \log [k^2 + (M_{gb})^2(\phi_c)]$

3 : massiveゲージボソンの自由度

# 次元正則化

次元正則化を用いる

スカラー場のOne-loop有効ポテンシャルを $D = 4 - 2\epsilon$  に拡張

$$V_1(\phi_c) = \frac{1}{2} (\mu^2)^\epsilon \int \frac{d^{4-2\epsilon} k}{(2\pi)^{4-2\epsilon}} \log [k^2 + m^2(\phi_c)] \quad \mu: \text{質量次元を持つ繰り込みスケール}$$

$m^2(\phi_c)$  で微分

$$V_1'(\phi_c) = \frac{1}{2} (\mu^2)^\epsilon \int \frac{d^{4-2\epsilon} k}{(2\pi)^{4-2\epsilon}} \frac{1}{k^2 + m^2(\phi_c)}$$

$$\int d^n k \frac{(k^2)^\alpha}{(k^2 + M^2)^\beta} = \pi^{\frac{n}{2}} (M^2)^{\frac{n}{2} + \alpha - \beta} \frac{\Gamma(\alpha + \frac{n}{2}) \Gamma(\beta - \alpha - \frac{n}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2}) \Gamma(\beta)} \quad \text{を用いて } m^2(\phi_c) \text{ で積分}$$

$$V_1(\phi_c) = -\frac{1}{32\pi^2} \frac{1}{\frac{(4-2\epsilon)}{2} \left( \frac{(4-2\epsilon)}{2} - 1 \right)} \left( \frac{m^2(\phi_c)}{4\pi\mu^2} \right)^{-\epsilon} \Gamma(\epsilon) m^4(\phi_c)$$

# 次元正則化

$\Gamma(z) = \frac{1}{z} - \gamma_E + \mathcal{O}(z)$  を用いると

$\gamma_E \approx 0.5772$  : オイラーの定数

$$V_1(\phi_c) = \frac{m^4(\phi_c)}{64\pi^2} \left\{ - \left[ \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \log 4\pi \right] + \log \frac{m^2(\phi_c)}{\mu^2} - \frac{3}{2} + \mathcal{O}(-\epsilon) \right\}$$

$\overline{MS}$  スキームを用いて発散項に対処する

発散項+定数

$-\frac{m^4(\phi_c)}{64\pi^2} \left[ \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \log 4\pi \right]$  をカウンタータームによって吸収させれば良い

したがって

(フェルミオン場、ゲージ場)

$$V_1(\phi_c) = \frac{1}{64\pi^2} m^4(\phi_c) \left\{ \log \frac{m^2(\phi_c)}{\mu^2} - \frac{3}{2} \right\}$$

$$V_1(\phi_c) = -\lambda \frac{1}{32\pi^2} M_f^4(\phi_c) \left\{ \log \frac{M_f^2(\phi_c)}{\mu^2} - \frac{3}{2} \right\},$$

$$V_1(\phi_c) = 3 \frac{1}{64\pi^2} M_{gb}^4(\phi_c) \left\{ \log \frac{M_{gb}^2(\phi_c)}{\mu^2} - \frac{5}{6} \right\}$$

# 標準模型における電弱相転移

有限温度の有効ポテンシャルは相転移の次数を決める上で非常に重要

標準模型の有限温度有効ポテンシャル(one-loop):  $V_1^T(\phi_c; T)$

$$V_1^T(\phi_c; T) = \frac{T^4}{2\pi^2} \left[ \sum_{i=W,Z,h} n_i J_B [m_i^2(\phi_c)/T^2] + n_t J_F [m_t^2(\phi_c)/T^2] \right]$$

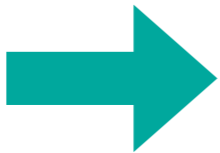
$$J_B [m^2 \beta^2] = \int_0^\infty dx x^2 \log \left[ 1 - e^{-\sqrt{x^2 + \beta^2 m^2}} \right] \quad \beta = \frac{1}{k_B T}$$

$$J_F [m^2 \beta^2] = \int_0^\infty dx x^2 \log \left[ 1 + e^{-\sqrt{x^2 + \beta^2 m^2}} \right]$$

# CPC CxSM

## 有効ポテンシャルの計算スキーム

相転移の強さや次数を評価するには**有効ポテンシャル**が重要

強い電弱一次相転移   $\frac{v_c}{T_c} \gtrsim 1$   $T_c$ : 臨界温度  
 $v_c$ :  $T_c$ でのhiggsのvev

◎ 4つの有効ポテンシャルの計算スキームを用いて計算する

[2つの**gauge dependent**な計算方法]

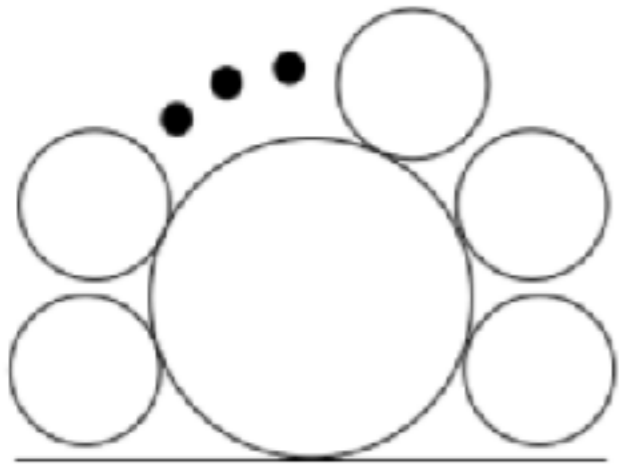
tree levelポテンシャル+ゼロ温度有効ポテンシャル+有限温度有効ポテンシャル

$$V_{\text{eff}}(\varphi, \varphi_S; T) = V_0(\varphi, \varphi_S; T) + \sum_i n_i \left[ V_{\text{CW}}(\bar{m}_i^2) + \frac{T^4}{2\pi^2} I_{B,F} \left( \frac{\bar{m}_i^2}{T^2} \right) \right]$$

**Parwani scheme**  $\bar{m}^2$ をthermally corrected FDM  $\bar{M}^2$ に置き換える

**AE scheme**  $V_{\text{daisy}}(\varphi, \varphi_S; T) = \sum_{\substack{i=h_{1,2,\chi} \\ W_L, Z_L, \gamma_L}} -n_i \frac{T}{12\pi} \left[ (\bar{M}_i^2)^{3/2} - (\bar{m}_i^2)^{3/2} \right]$  を加える

# Daisy resummationと2つのスキーム



このようなmulti-loop diagram(Daisy diagram)を考えると、高温で摂動展開が破綻  
→ 有効ポテンシャル中に登場するfield dependent mass  $\bar{m}_i^2$  を訂正する

## [Parwani スキーム]

有限温度有効ポテンシャル中の  $J_B[\bar{m}_i^2/T^2], J_F[\bar{m}_i^2/T^2]$  のFDM  $\bar{m}_i^2$  を

Thermally corrected FDM  $\bar{M}_i^2$  に置き換える

## [Arnold-Espinosa(AE) スキーム]

$$V_{\text{daisy}}(\varphi, \varphi_S; T) = \sum_{\substack{i=h_{1,2,\chi} \\ W_L, Z_L, \gamma_L}} -n_i \frac{T}{12\pi} \left[ (\bar{M}_i^2)^{3/2} - (\bar{m}_i^2)^{3/2} \right]$$

を有効ポテンシャルに加える

# CPC CxSM

## 有効ポテンシャルの計算スキーム

[2つのgauge independentな計算方法]

有限温度有効ポテンシャルを  
高温展開した時の場の2次の項

**HT potential: tree levelポテンシャル+thermal mass**

$$V^{\text{HT}}(\varphi, \varphi_S; T) = V_0(\varphi, \varphi_S) + \frac{1}{2} (\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^2) T^2$$

問題点: 定量的な議論をするにはone-loopの寄与は無視できない  
→ gauge independentでかつone-loopの寄与を含めたい

**PRM scheme** the Nielsen-Fukuda-Kugo identityを用いて  $T_C$  を決める

$$\frac{\partial V_{\text{eff}}(\varphi, \xi)}{\partial \xi} = -C(\varphi, \xi) \frac{\partial V_{\text{eff}}(\varphi, \xi)}{\partial \varphi} \quad \text{M. J. Ramsey-Musolf, JHEP 07 (2011), 029.}$$

$$V_0(0, v_{S, \text{tree}}^{\text{sym}}) + V_1(0, v_{S, \text{tree}}^{\text{sym}}; T) = V_0(v_{\text{tree}}, v_{S, \text{tree}}) + V_1(v_{\text{tree}}, v_{S, \text{tree}}; T)$$

$v_C, v_{SC}$  と  $v_{SC}^{\text{sym}}$  は  $V^{\text{HT}}$  を使って計算する

# CPC CxSM

## 有効ポテンシャルの計算スキーム

	ゲージ依存性	繰り込み可能性 (tree levelの関係が one-loopでも成り 立っているか)	One loopの寄与
<b>Parwani scheme</b>	○	/	○
<b>AE scheme</b>	○	○	○
<b>HT potential</b>	✕	○	✕
<b>PRM scheme</b>	✕	✕	○



# 暗黒物質核子散乱断面積の計算

We use a public code micrOMEGAs to calculate  $\Omega_\chi h^2$  and  $\sigma_{\text{SI}}$ .

The value of  $\Omega_\chi h^2$  should not exceed the observed value

$$\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.1200 \pm 0.0012$$

In the case of  $m_\chi = 30$  GeV, for instance, the maximum value is  $\sigma_{\text{SI}} \simeq 4.1 \times 10^{-47}$  cm<sup>2</sup> under the assumption  $\Omega_\chi = \Omega_{\text{DM}}$ .

In cases that  $\Omega_\chi < \Omega_{\text{DM}}$ , we scale  $\sigma_{\text{SI}}$  as

$$\tilde{\sigma}_{\text{SI}} = \left( \frac{\Omega_\chi}{\Omega_{\text{DM}}} \right) \sigma_{\text{SI}}$$

# 暗黒物質質量と電弱相転移

The viable DM regions:  $m_\chi = 62.5$  GeV, 2 TeV

When  $m_\chi = 2$  TeV, one can find the first-order EWPT in the HT, Parwani, and AE schemes while not in the PRM scheme.

$$V_0 \left( 0, v_{S, \text{tree}}^{\text{sym}} \right) + V_1 \left( 0, v_{S, \text{tree}}^{\text{sym}} ; T \right) = V_0 \left( v_{\text{tree}}, v_{S, \text{tree}} \right) + V_1 \left( v_{\text{tree}}, v_{S, \text{tree}} ; T \right)$$

the right-hand side has to be lower than the left-hand side at zero temperature, otherwise the degeneracy point where  $T_C$  is defined would not exist.

Ex) BP1 For  $m_\chi \gtrsim 700$  GeV, the right-hand side would exceed the left-hand side.

→ This bound could be relaxed when one includes higher-order corrections.

# CPCからCPVへ

arXiv:2105.11830, 2205.12046

サハロフの3条件

1. バリオン数の破れ
2. C対称性、**CP対称性の破れ**
3. 熱平衡からの離脱

CP-conserving CxSMのスカラー縮退領域で  
強い一次相転移が起こるのはわかった  
次はCP-violating CxSMを扱う

## 目的

- ・ CPV phaseがEWPTに与える影響を調べる
- ・ bubble profileを調べEWPT由来の重力波を見積もる

- ・ 今まではDM( $s$ の虚部)の安定性をCP対称性により保証していた
- ・ このDMではrelic densityの観測値には満たない
- 今回は $s$ の虚部はDMではなく通常のdecayする粒子として扱う
- ・ BAUの実現にはCPV phaseをSMのmatter sectorに伝えるために  
 $s$  とcoupleする新たなfermionが必要
- 今後加える予定
- 今回は相転移に大きく寄与するscalar場の拡張のみを考える

# Model definition

## CPV CxSM

Tadpole condition with respect to  $h, s, \chi$

$$\left\langle \frac{\partial V_0}{\partial h} \right\rangle = v \left[ \frac{m^2}{2} + \frac{\lambda}{4} v^2 + \frac{\delta_2}{4} |v_S|^2 \right] = 0$$

$$\left\langle \frac{\partial V_0}{\partial s} \right\rangle = v_S^r \left[ \frac{b_2}{2} + \frac{\delta_2}{4} v^2 + \frac{d_2}{4} |v_S|^2 + \frac{b_1^r}{2} \right] + \sqrt{2} a_1^r - \frac{1}{2} b_1^i v_S^i = 0$$

$$\left\langle \frac{\partial V_0}{\partial \chi} \right\rangle = v_S^i \left[ \frac{b_2}{2} + \frac{\delta_2}{4} v^2 + \frac{d_2}{4} |v_S|^2 - \frac{b_1^r}{2} \right] - \sqrt{2} a_1^i - \frac{1}{2} b_1^i v_S^r = 0$$

Mass matrix

$$\mathcal{M}_S^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda}{2} v^2 & & \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{\delta_2}{2} v v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{d_2}{2} v_S^{r2} - \frac{\sqrt{2} a_1^r}{v_S^r} + \frac{b_1^i}{2} \frac{v_S^i}{v_S^r} & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i & \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^i & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i & \frac{d_2}{2} v_S^{i2} + \frac{\sqrt{2} a_1^i}{v_S^i} + \frac{b_1^i}{2} \frac{v_S^r}{v_S^i} & \end{pmatrix}$$

Mixing matrix

$$O(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & -s_3 \\ 0 & s_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# CP domain wall

## CPV CxSM

$a_1, b_1 \in R$  もしくは  $a_1 \neq 0$  だが  $a_1^i = b_1^i = 0$  のとき

$V_0(H, S)$  は  $Z_2$ 対称性  $\chi \rightarrow -\chi$  に対して不変

$Z_2$ 対称性が自発的に破れるとCP domain wallが発生する

$$v_S^i = \pm \sqrt{-v_S^{r2} + \frac{2\lambda}{\delta_2^2 - \lambda d_2} \left( -\frac{\delta_2 m^2}{\lambda} + b_2 + \frac{\sqrt{2}a_1^r}{v_S^r} \right)}$$

explicit CPV( $a_1^i, b_1^i$ )があれば、この縮退した2つのminimaは解消され

domain wallは不安定になる  $\rightarrow$  explicit CPVを仮定

# Parameters

## CPV CxSM

スカラーポテンシャルの9つの自由度

$$\{m^2, \lambda, \delta_2, b_2, d_2, a_1^r, a_1^i, b_1^r, b_1^i\}$$

$\{m^2, b_2, b_1^r\}$  : vev3つと交換( $\because$  tadpole conditions)

$b_1^i = 0$  :  $a_1^i$  が phase を吸収

残り5つ :  $\{m_{h_1}, m_{h_2}, m_{h_3}, \alpha_1, \alpha_2\}$  と交換( $\because$  Mass matrix)

# Parameters

## CPV CxSM

tadpole conditionsより

$$m^2 = -\frac{\lambda}{2}v^2 - \frac{\delta_2}{2}|v_S|^2$$

$$b_2 = -\frac{\delta_2}{2}v^2 - \frac{d_2}{2}|v_S|^2 - \sqrt{2} \left( \frac{a_1^r}{v_S^r} - \frac{a_1^i}{v_S^i} \right)$$

$$b_1^r = -\sqrt{2} \left( \frac{a_1^r}{v_S^r} + \frac{a_1^i}{v_S^i} \right)$$

$$\mathcal{M}_S^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda}{2}v^2 & \frac{\delta_2}{2}vv_S^r & \frac{\delta_2}{2}vv_S^i \\ \frac{\delta_2}{2}vv_S^r & \frac{d_2}{2}v_S^{r2} - \frac{\sqrt{2}a_1^r}{v_S^r} + \frac{b_1^i}{2}\frac{v_S^i}{v_S^r} & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2}v_S^r v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2}vv_S^i & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2}v_S^r v_S^i & \frac{d_2}{2}v_S^{i2} + \frac{\sqrt{2}a_1^i}{v_S^i} + \frac{b_1^r}{2}\frac{v_S^r}{v_S^i} \end{pmatrix}$$

$$(\mathcal{M}_S^2)_{ij} = \sum_k O_{ik} O_{jk} m_{h_k}^2 \text{ より}$$

$$\lambda = \frac{2}{v^2} \sum_i O_{1i}^2 m_{h_i}^2$$

$$O(\alpha_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & -s_3 \\ 0 & s_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\delta_2 = \frac{2}{vv_S^r} \sum_i O_{1i} O_{2i} m_{h_i}^2 = \frac{2}{vv_S^i} \sum_i O_{1i} O_{3i} m_{h_i}^2$$

$$d_2 = \frac{2}{v_S^{r2}} \left[ \frac{\sqrt{2}a_1^r}{v_S^r} + \sum_i O_{2i}^2 m_{h_i}^2 \right] = \frac{2}{v_S^{i2}} \left[ -\frac{\sqrt{2}a_1^i}{v_S^i} + \sum_i O_{3i}^2 m_{h_i}^2 \right] = \frac{2}{v_S^r v_S^i} \left[ \sum_i O_{2i} O_{3i} m_{h_i}^2 \right]$$

# Parameters

## CPV CxSM

$d_2$  の表式より

$$a_1^r = -\frac{v_S^r}{\sqrt{2}} \left[ \sum_i O_{2i} \left( O_{2i} - O_{3i} \frac{v_S^r}{v_S^i} \right) m_{h_i}^2 \right]$$

$$a_1^i = \frac{v_S^i}{\sqrt{2}} \left[ \sum_i O_{3i} \left( O_{3i} - O_{2i} \frac{v_S^i}{v_S^r} \right) m_{h_i}^2 \right]$$

$\alpha_3$  は独立ではなく  $\delta_2$  の表式から導かれた以下の式より与えられる

$$\sum_i O_{1i} \left[ \frac{O_{2i}}{v_S^r} - \frac{O_{3i}}{v_S^i} \right] m_{h_i}^2 = \frac{(\mathcal{M}_S^2)_{12}}{v_S^r} - \frac{(\mathcal{M}_S^2)_{13}}{v_S^i} = 0$$



# Higgs coupling

## CPV CxSM

Higgs と fermion( $f$ ), gauge boson( $V = W^\pm, Z$ ) の coupling

$$\mathcal{L}_{h_i \bar{f} f} = -\frac{m_f}{v} h \bar{f} f = -\frac{m_f}{v} \sum_{i=1-3} \kappa_{if} h_i \bar{f} f$$

$$\mathcal{L}_{h_i V V} = \frac{1}{v} h (m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + 2m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu}) = \frac{1}{v} \sum_{i=1-3} \kappa_{iV} h_i (m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + 2m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu})$$

$$\kappa_{if} = O_{1i}, \quad \kappa_{iV} = O_{1i}$$

SM limit では  $\kappa_{1f} = \kappa_{1V} = 1$  and  $\kappa_{2,3f} = \kappa_{2,3V} = 0$

# 縮退スカラーシナリオ

## CPV CxSM

$gg \rightarrow h_i \rightarrow VV^*$  というプロセスを考える

amplitude

$$\mathcal{M}_{gg \rightarrow h_i \rightarrow VV^*} = \sum_{i=1}^3 \mathcal{M}_{gg \rightarrow h}^{\text{SM}} \kappa_{if} \frac{1}{s - m_{h_i}^2 + im_{h_i} \Gamma_{h_i}} \kappa_{iV} \mathcal{M}_{h \rightarrow VV^*}^{\text{SM}}$$

Squared amplitude

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{gg \rightarrow h_i \rightarrow VV^*}|^2 &= |\mathcal{M}_{gg \rightarrow h}^{\text{SM}}|^2 |\mathcal{M}_{h \rightarrow VV^*}^{\text{SM}}|^2 \left[ \sum_{i=1}^3 \frac{\kappa_{if}^2 \kappa_{iV}^2}{(s - m_{h_i}^2)^2 + m_{h_i}^2 \Gamma_{h_i}^2} \right. \\ &\quad \left. + 2 \operatorname{Re} \sum_{i < j} \frac{\kappa_{if} \kappa_{jf} \kappa_{iV} \kappa_{jV}}{(s - m_{h_i}^2 + im_{h_i} \Gamma_{h_i}) (s - m_{h_j}^2 - im_{h_j} \Gamma_{h_j})} \right] \end{aligned}$$

# 縮退スカラーシナリオ

## CPV CxSM

$\Gamma_{h_i} < \Gamma_h^{\text{SM}} (\simeq 4.1\text{MeV}) \ll m_{h_i} (\simeq 125\text{GeV})$  よりNWAが使える

$$\pi\delta(s - m^2) = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \frac{m\Gamma}{(s - m^2)^2 + m^2\Gamma^2} \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{2\pi} \frac{1}{(s - m^2)^2 + m^2\Gamma^2} = \frac{1}{2m\Gamma}$$

$i = 1, j = 2$  とするとinterference termは

$$\begin{aligned} I &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{2\pi} \text{Re} \left[ \frac{1}{(s - m_1^2 + im_1\Gamma_1)(s - m_2^2 - im_2\Gamma_2)} \right] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{2\pi} \frac{(s - m_1^2)(s - m_2^2) + m_1m_2\Gamma_1\Gamma_2}{\{(s - m_1^2)(s - m_2^2) + m_1m_2\Gamma_1\Gamma_2\}^2 + \{m_1\Gamma_1(s - m_2^2) - m_2\Gamma_2(s - m_1^2)\}^2} \\ &= \frac{m_1\Gamma_1 + m_2\Gamma_2}{(m_1^2 - m_2^2)^2 + (m_1\Gamma_1 + m_2\Gamma_2)^2} \end{aligned}$$

$$m_1 = m_2 = m \text{ のとき} \quad I = \frac{1}{m(\Gamma_1 + \Gamma_2)}$$

# 縮退スカラーシナリオ

## CPV CxSM

$$I = \frac{m_1\Gamma_1 + m_2\Gamma_2}{(m_1^2 - m_2^2)^2 + (m_1\Gamma_1 + m_2\Gamma_2)^2} \quad \text{より}$$

$$(m_1^2 - m_2^2)^2 < m_1\Gamma_1 + m_2\Gamma_2 \quad \rightarrow \quad |m_{h_1} - m_{h_2}| \lesssim \Gamma_{h_1} + \Gamma_{h_2} \quad \text{のとき}$$

interference termは重要となる

いま、mass deferenceは 500 MeV、total decay widthの合計は 4.1 MeV 程度なのでinterference termは無視できる

Higgs total decay widthの実験的制限

$$\Gamma_h^{\text{exp}} < 14.4\text{MeV} \quad (\text{ATLAS}) \quad \text{and} \quad \Gamma_h^{\text{exp}} = 3.2_{-1.7}^{+2.4}\text{MeV} \quad (\text{CMS})$$

このモデルのtotal decay widthを制限するほどpreciseではない

# 縮退スカラーシナリオ

## CPV CxSM

Cross section

$$\sigma_{gg \rightarrow h_i \rightarrow VV^*} \simeq \sigma_{gg \rightarrow h}^{\text{SM}} \left[ \sum_i \frac{\kappa_{if}^2 \kappa_{iV}^2}{\Gamma_{h_i}} \right] \Gamma_{h \rightarrow VV^*}^{\text{SM}}$$

$$\sigma_{gg \rightarrow h_i \rightarrow VV^*} \simeq \sigma_{gg \rightarrow h}^{\text{SM}} \cdot \text{Br}_{h \rightarrow VV^*}^{\text{SM}} \quad \because \Gamma_{h_i} \simeq \kappa_i^2 \Gamma_h^{\text{SM}}, \quad \sum_i \kappa_i^2 = 1$$

# 縮退スカラーシナリオ

## CPV CxSM

$$(\mathcal{M}_S^2)_{ij} \simeq \sum_k O_{ik} O_{jk} m_h^2 = \delta_{ij} m_h^2$$

$$\mathcal{M}_S^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda}{2} v^2 & \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{\delta_2}{2} v v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{d_2}{2} v_S^2 - \frac{\sqrt{2} a_1^r}{v_S^r} + \frac{b_1^i}{2} \frac{v_S^i}{v_S^r} & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^i & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i & \frac{d_2}{2} v_S^i{}^2 + \frac{\sqrt{2} a_1^i}{v_S^i} + \frac{b_1^i}{2} \frac{v_S^r}{v_S^i} \end{pmatrix} O(\alpha_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & -s_3 \\ 0 & s_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\delta_2 = \frac{2}{v v_S^r} \sum_i O_{1i} O_{2i} m_{h_i}^2 = \frac{2c_2}{v v_S^r} \left[ (m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2) s_1 c_1 c_3 + s_2 s_3 (m_{h_3}^2 - m_{h_1}^2 c_1^2 - m_{h_2}^2 s_1^2) \right]$$

$(M_S^2)_{ij}$  ( $i \neq j$ ) には  $\delta_2$  や  $d_2$  が含まれる

上式を満たすには  $|\delta_2| \ll 1, |d_2| \ll 1$  である必要があるが、 $\delta_2$  の大きさは

EWPTの強さに直結

そこで  $v_S^{r,i}/v \ll 1$  として  $\delta_2 = \mathcal{O}(1)$  and  $d_2 = \mathcal{O}(1)$  に保つ

# CPV CxSM

## 定性的な $T_C, v_C$ の評価

CP phaseを導入したためPTに関わる場合は3つに

HTポテンシャル

$\varphi, \varphi_S^r, \varphi_S^i \cdots H, \text{Re}S, \text{Im}S$  のバックグラウンド場

$$\begin{aligned} V^{\text{HT}}(\varphi, \varphi_S^r, \varphi_S^i; T) &= V_0(\varphi, \varphi_S^r, \varphi_S^i) + \frac{T^2}{2} [\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^{r2} + \Sigma_S \varphi_S^{i2}] \\ &= \frac{m^2}{4} \varphi^2 + \frac{\lambda}{16} \varphi^4 + \frac{\delta_2}{8} \varphi^2 (\varphi_S^{r2} + \varphi_S^{i2}) + \frac{d_2}{16} (\varphi_S^{r2} + \varphi_S^{i2})^2 \\ &\quad + \sqrt{2} (a_1^r \varphi_S^r - a_1^i \varphi_S^i) + \frac{1}{4} b_1^r (\varphi_S^{r2} - \varphi_S^{i2}) + \frac{b_2}{4} (\varphi_S^{r2} + \varphi_S^{i2}) \\ &\quad + \frac{T^2}{2} [\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^{r2} + \Sigma_S \varphi_S^{i2}] \end{aligned}$$

3つのスカラー場を極座標表示する

$$\varphi = z \cos \gamma, \quad \varphi_S^r = z \sin \gamma \cos \theta + \tilde{v}_S^r, \quad \varphi_S^i = z \sin \gamma \sin \theta + \tilde{v}_S^i$$

# 定性的な $T_C, v_C$ の評価

## CPV CxSM

$T_C$  でのポテンシャル

$$V(z_C, \gamma_C, \theta_C; T_C) = c_4 z^2 (z - z_C)^2, \quad z_C = \frac{c_3}{2c_4}$$

$$V^{\text{HT}} \ni -c_3 z^3 + c_4 z^4$$

$$c_3 = -\frac{s_{\gamma_C} c_{\gamma_C}^2}{4} (c_{\theta_C} \tilde{v}_S^r + s_{\theta_C} \tilde{v}_S^i) (\delta_2 + d_2 t_{\gamma_C}^2)$$

$$c_4 = \frac{c_{\gamma_C}^4}{16} (\lambda + 2\delta_2 t_{\gamma_C}^2 + d_2 t_{\gamma_C}^4)$$

$$t_{\gamma_C} = \frac{v_{SC}^r - \tilde{v}_{SC}^r}{v_C c_{\theta_C}} = \frac{v_{SC}^i - \tilde{v}_{SC}^i}{v_C s_{\theta_C}}.$$

$|t_{\gamma_C}| \ll 1$  のとき

$$v_C \simeq \sqrt{\frac{2\delta_2}{\lambda} \left( |\tilde{v}_{SC}|^2 - \tilde{v}_{SC}^i (\tilde{v}_{SC}^i - t_{\theta_C} \tilde{v}_{SC}^r) \right) \left( 1 - \frac{v_{SC}^r}{\tilde{v}_{SC}^r} \right)},$$

$$T_C \simeq \sqrt{\frac{1}{2\Sigma_H} \left[ -m^2 - \frac{\delta_2}{2} |\tilde{v}_{SC}|^2 \right]},$$



# CPV CxSM

## 定性的な $T_C, v_C$ の評価

一次相転移が起こるとき

$$v_C \simeq \sqrt{\frac{2\delta_2}{\lambda} \left( |\tilde{v}_{SC}|^2 - \tilde{v}_{SC}^i (\tilde{v}_{SC}^i - t_{\theta_C} \tilde{v}_{SC}^r) \right) \left( 1 - \frac{v_{SC}^r}{\tilde{v}_{SC}^r} \right)},$$

$$T_C \simeq \sqrt{\frac{1}{2\Sigma_H} \left[ -m^2 - \frac{\delta_2}{2} |\tilde{v}_{SC}|^2 \right]},$$

強い一次相転移の条件

$$\frac{v_C}{T_C} \gtrsim 1$$

$r$ と $i$ を入れ替えても  
 $v_C$ の表式は成り立つ

ここからわかること → 大きな  $\delta_2$ , 小さな  $\tilde{v}_S^r, \tilde{v}_S^i$  が好ましい

$$\delta_2 = \frac{2}{vv_S^r} \sum O_{1i} O_{2i} m_{h_i}^2 = \frac{2}{vv_S^i} \sum O_{1i} O_{3i} m_{h_i}^2$$

ここからわかること → 小さな  $v_S^r, v_S^i$  が好ましい

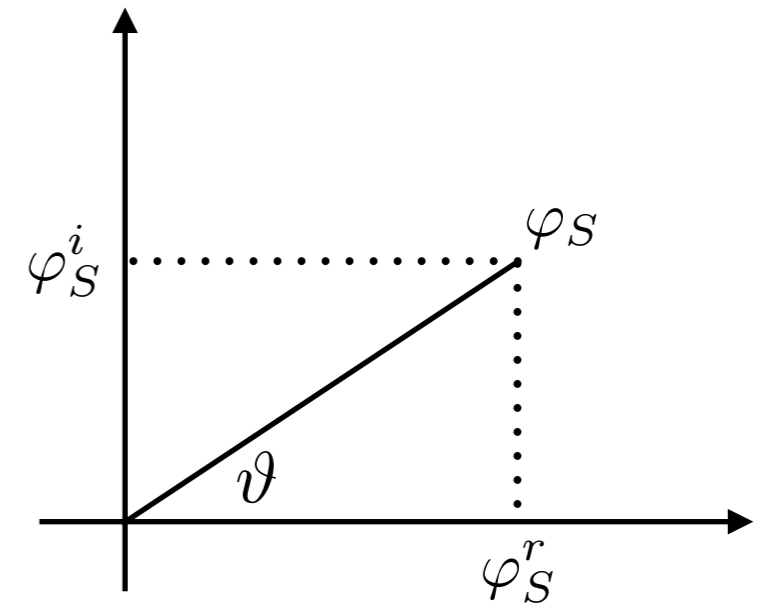
CPV CxSM特有の  
EWPTへの寄与がある

# 電弱相転移

## CPV CxSM

Phase dependent part of HT potential

$$\begin{aligned} V^{\text{HT}}(\vartheta_S) &= \sqrt{2} (a_1^r \varphi_S^r - a_1^i \varphi_S^i) + \frac{1}{4} b_1^r (\varphi_S^{r2} - \varphi_S^{i2}) \\ &= \sqrt{2} \varphi_S (a_1^r \cos \vartheta_S - a_1^i \sin \vartheta_S) + \frac{1}{4} b_1^r \varphi_S^2 (\cos^2 \vartheta_S - \sin^2 \vartheta_S), \\ \varphi_S^r &= \varphi_S \cos \vartheta_S \quad \varphi_S^i = \varphi_S \sin \vartheta_S \end{aligned}$$



Temperature dependent structure

$$T^2 \Sigma_S (\varphi_S^{r2} + \varphi_S^{i2}) = T^2 \Sigma_S \varphi_S^2 \quad \rightarrow \text{phase is time-independent}$$

$\langle \vartheta_S(T) \rangle = \theta_S(T)$  は  $T = 0$  での値  $\theta_S(T = 0) = \tan^{-1} (\varphi_S^i / \varphi_S^r)$  と同じ

# CPV CxSM

## bubble nucleation

単位時間/面積あたりのnucleation rate

$$\Gamma_N(T) \simeq T^4 \left( \frac{S_3(T)}{2\pi T} \right)^{3/2} e^{-S_3(T)/T}$$

$S_3(T)$ :  $T$  におけるcritical bubbleのエネルギー

nucleation temperature  $T_N$  の定義

$$\frac{\Gamma_N(T_N)}{H^3(T_N)} = H(T_N) \simeq 1.66 \sqrt{g_*(T_N)} \frac{T_N^2}{m_{\text{P}}} \quad H(T_N) : T_N \text{ でのハッブルパラメーター}$$

$$\frac{S_3(T_N)}{T_N} - \frac{3}{2} \ln \left( \frac{S_3(T_N)}{T_N} \right) = 143.4 - 2 \ln \left( \frac{g_*(T_N)}{100} \right) - 4 \ln \left( \frac{T_N}{100 \text{ GeV}} \right)$$

EWPTの発生には  $S_3(T_N)/T_N \lesssim 140$  が要請される

# 古典解

## critical bubbles

ゲージ-ヒッグスシステム

$$\mathcal{L}_{\text{gauge-Higgs}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + (D_\mu H)^\dagger D^\mu H + \partial_\mu S^* \partial^\mu S - V(H, S)$$

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_2 \frac{\tau^a}{2} A_\mu^a + ig_1 \frac{1}{2} B_\mu$$

$A_0 = 0$  ゲージでのenergy functional

$$E[H, S; T] = \int d^3\mathbf{x} \left[ \frac{1}{4}F_{ij}^a F_{ij}^a + \frac{1}{4}B_{ij}B_{ij} + (D_i H)^\dagger D_i H + \partial_i S^* \partial_i S + V(H, S; T) \right],$$

Pure gauge configuration

$$ig_2 \frac{\tau^a}{2} A_\mu^a = (\partial_\mu U_2) U_2^{-1}, \quad ig_1 \frac{1}{2} B_\mu = (\partial_\mu U_1) U_1^{-1}$$

を用いると

$$E = \int d^3\mathbf{x} \left[ (\partial_i H)^\dagger \partial_i H + \partial_i S^* \partial_i S + V(H, S; T) \right]$$

# CPV CxSM

## bubble nucleation

Energy functional

$$S_3(T) = \int d^3x \left[ (\partial_i H)^\dagger \partial_i H + \partial_i S^* \partial_i S + V_{\text{eff}}(H, S; T) \right]$$

$$\langle H(x) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \rho(x) \end{pmatrix}, \quad \langle S(x) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\rho_S^r(x) + i\rho_S^i(x))$$

$$S_3(T) = 4\pi \int_0^\infty dr r^2 \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\rho}{dr} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{d\rho_S^r}{dr} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{d\rho_S^i}{dr} \right)^2 + \bar{V}_{\text{eff}}(\rho, \rho_S^r, \rho_S^i; T) \right]$$

EOMs

w/ boundary conditions

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \rho}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\rho}{dr} - \frac{\partial \bar{V}}{\partial \rho} &= 0 \\ \frac{d^2 \rho_S^r}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\rho_S^r}{dr} - \frac{\partial \bar{V}}{\partial \rho_S^r} &= 0 \\ \frac{d^2 \rho_S^i}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\rho_S^i}{dr} - \frac{\partial \bar{V}}{\partial \rho_S^i} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \rho(r) &= 0, & \lim_{r \rightarrow \infty} \rho_S^r(r) &= \tilde{v}_S^r, & \lim_{r \rightarrow \infty} \rho_S^i(r) &= \tilde{v}_S^i, \\ \left. \frac{d\rho(r)}{dr} \right|_{r=0} &= 0, & \left. \frac{d\rho_S^r(r)}{dr} \right|_{r=0} &= 0, & \left. \frac{d\rho_S^i(r)}{dr} \right|_{r=0} &= 0. \end{aligned}$$

# bubble nucleation

## CPV CxSM

Thick wall regime

The bubble wall thickness  $L_w$  is larger than the typical interaction length.

At temperature  $T$ , the interaction length is expressed as  $l \simeq 1/T$

$$\therefore L_w > 1/T$$

In BP1  $L_w \simeq 0.1\text{GeV}^{-1}$

$$1/T_N \simeq 0.01\text{GeV}^{-1}$$

→ thick wall

# 重力波

## CPV CxSM

重力波のスペクトラム

$$\Omega_{\text{GW}}(f)h^2 = \Omega_{\text{col}}(f)h^2 + \Omega_{\text{sw}}(f)h^2 + \Omega_{\text{turb}}(f)h^2$$

$$\Omega_{\text{col}}h^2 = 1.67 \times 10^{-5} \left(\frac{\beta}{H_*}\right)^{-2} \left(\frac{\kappa_{\text{col}}\alpha}{1+\alpha}\right)^2 \left(\frac{100}{g_*}\right)^{1/3} \left(\frac{0.11v_w^3}{0.42+v_w^2}\right) \frac{3.8(f/f_{\text{col}})^{2.8}}{1+2.8(f/f_{\text{col}})^{3.8}}$$

$$\Omega_{\text{sw}}h^2 = 2.65 \times 10^{-6} \left(\frac{\beta}{H_*}\right)^{-1} \left(\frac{\kappa_v\alpha}{1+\alpha}\right)^2 \left(\frac{100}{g_*}\right)^{1/3} v_w \left(\frac{f}{f_{\text{sw}}}\right)^3 \left(\frac{7}{4+3(f/f_{\text{sw}})^2}\right)^{7/2}$$

$$\Omega_{\text{turb}}h^2 = 3.35 \times 10^{-4} \left(\frac{\beta}{H_*}\right)^{-1} \left(\frac{\kappa_{\text{turb}}\alpha}{1+\alpha}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{100}{g_*}\right)^{1/3} v_w \frac{(f/f_{\text{turb}})^3}{[1+(f/f_{\text{turb}})]^{\frac{11}{3}}(1+8\pi f/h_*)}$$

$v_w$  : wall velocity

$$h_* = 1.65 \times 10^{-5} \left(\frac{T_*}{100\text{GeV}}\right) \left(\frac{g_*}{100}\right)^{1/6} \text{ Hz}$$

# 重力波

## CPV CxSM

$$\text{For } v_w \approx 1 \quad \kappa_{\text{col}} \simeq \frac{1}{1 + 0.715\alpha} \left( 0.715\alpha + \frac{4}{27} \sqrt{\frac{3\alpha}{2}} \right)$$

$$\kappa_v \simeq \frac{\alpha}{0.73 + 0.083\sqrt{\alpha} + \alpha}$$

$$\kappa_{\text{turb}} \simeq (0.05 - 0.1)\kappa_v$$

Peak frequency

$$f_{\text{col}} = 16.5 \times 10^{-6} \left( \frac{\beta}{H_*} \right) \left( \frac{0.62}{1.8 - 0.1v_w + v_w^2} \right) \left( \frac{T_*}{100\text{GeV}} \right) \left( \frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{sw}} = 1.9 \times 10^{-5} \frac{1}{v_w} \left( \frac{\beta}{H_*} \right) \left( \frac{T_*}{100\text{GeV}} \right) \left( \frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{turb}} = 2.7 \times 10^{-5} v_w^{-1} \left( \frac{\beta}{H_*} \right) \left( \frac{T_*}{100\text{GeV}} \right) \left( \frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}$$