

# ミラー粒子を加えた大統一モデルと その実験的検証可能性

広島大学素粒子ハドロン理論研究室

竹下昌之介

共同研究者：清水勇介(広島大学)

2022年11月9日

Flavor Physics workshop 2022

FPWS2022@伊豆

# 目次

1.Introduction

2.本研究での模型

3.数値解析

4.まとめと今後

# Introduction

# 素粒子の現状

1/21

強い力 弱い力 電磁気力

現在の素粒子は、ゲージ群 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ を持つ標準模型によってうまく記述されている。

しかし、標準模型では説明が困難な物理が存在。

- ニュートリノの質量
- 暗黒物質の説明
- インフレーションなどなど

標準模型を超える物理(BSM)が必要となる。

# 大統一理論(GUT)

標準模型のゲージ群  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  をある単純群に埋め込んだ理論。

## 例) Minimal SU(5) 模型

H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. 32 (1974) 438

➤ ゲージ相互作用の統一

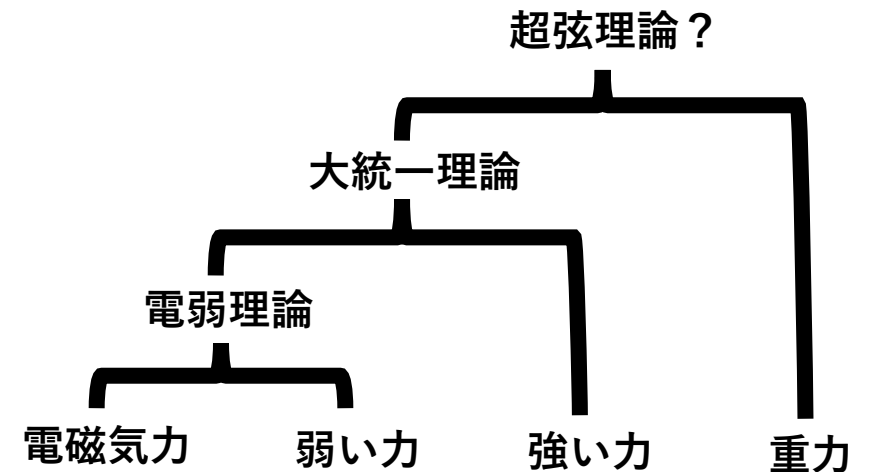
強い力、弱い力、電磁気力の統一

$$A_\mu = \begin{pmatrix} G_\mu - \frac{1}{\sqrt{15}} B_\mu & V_\mu^+ \\ V_\mu & W_\mu + \frac{3}{2\sqrt{15}} B_\mu \end{pmatrix}$$

$G_\mu$        $W_\mu$        $B_\mu$

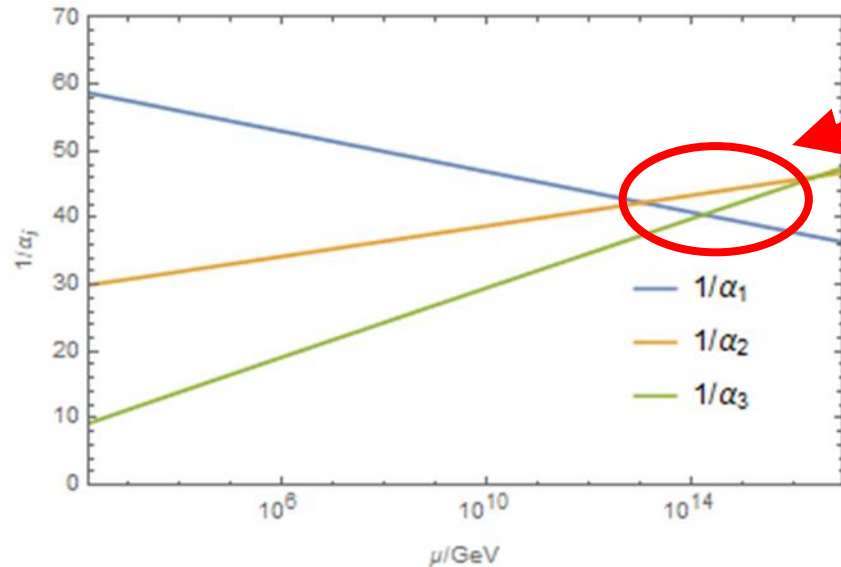
➤ クォークとレプトンの統一

$$\bar{5} = \begin{pmatrix} d_1^c \\ d_2^c \\ d_3^c \\ e \\ -\nu \end{pmatrix}_L, \quad 10 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u_3^c & -u_2^c & -u^1 & -d^1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & -u^2 & -d^2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & -u^3 & -d^3 \\ u^1 & u^2 & u^3 & 0 & e^c \\ d^1 & d^2 & d^3 & -e^c & 0 \end{pmatrix}_L$$

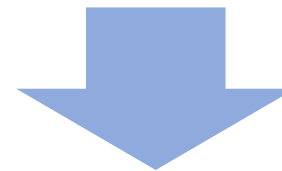


# くり込み群方程式

結合定数のエネルギーによる振る舞いを知ることができる方程式。



強い力、弱い力、電磁気力の結合定数をあらわす $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ が高エネルギーになるにつれて1点に向かっている。



高エネルギー領域では結合定数が1つに統一しそう。

→ 大統一理論の可能性

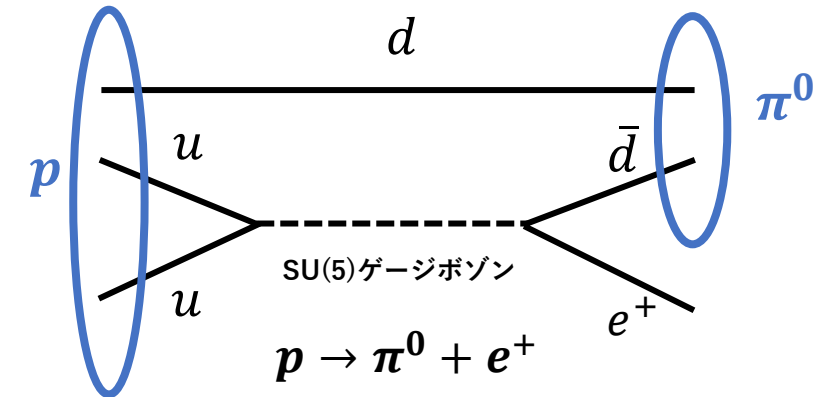
# 陽子崩壊

Q.大統一理論は実験的に検証可能なのか？ 答えはYES

大統一理論では同じ表現にクォークとレプトンを埋め込む。

→ 現在観測されていない陽子崩壊が预言される。

陽子崩壊探索により、大統一理論が  
検証可能！！！！



現在の実験結果

スーパーカミオカンデ： $\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \geq 2.4 \times 10^{34}$ 年

A. Takenaka et al. Phys. Rev. D 102, 112011 (2020)

# 現在の大統一理論の問題点

- 現在の陽子崩壊探索の実験結果と矛盾している。

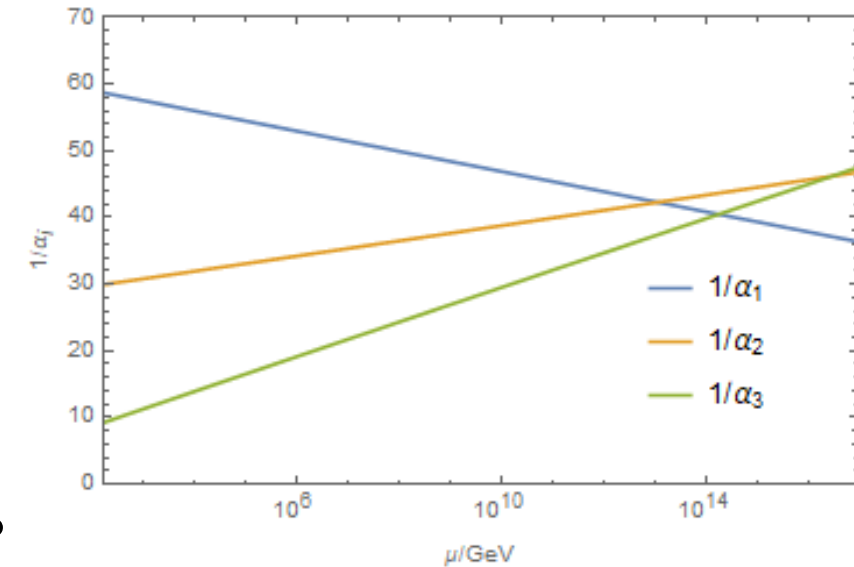
Minimal SU(5)模型 :  $\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \approx 10^{30} \sim 10^{31}$ 年

現在の実験結果

スーパーカミオカンデ :  $\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \geq 2.4 \times 10^{34}$ 年

A. Takenaka et al. Phys. Rev. D 102, 112011 (2020)

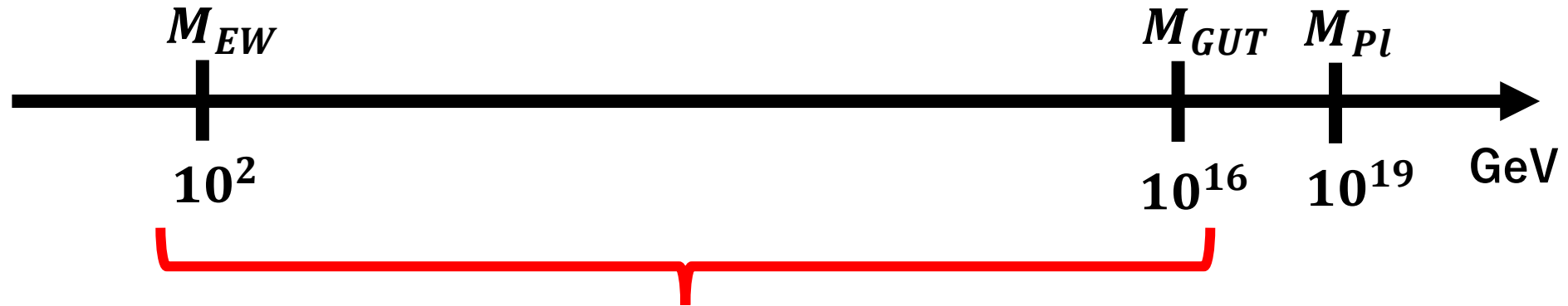
- 3つのゲージ結合定数が完全には統一されていない。



**何かしらの拡張が必要！**



# 階層性について



電弱スケール $M_{EW}$ とGUTスケール $M_{GUT}$ には大きなスケールの差がある。

→ 新粒子や新しい対称性などの新物理の可能性。



新物理の存在がくり込み群方程式や陽子崩壊の寿命に影響してくる。

# 本発表の目的

7/21

先行研究での模型をもとに新しく模型を考えた。

N. Okada, D. Raut and Q. Shafi, Phys. Rev. D 104, no. 5, 055041 (2021)

本研究での模型： $SU(5) \times U(1)_X \times U(1)_{PQ}$ 模型

先行研究での模型：標準模型の同じ表現を持つ粒子を1世代、ミラー粒子を1世代追加

本研究での模型：ミラー粒子のみを3世代追加

質量の関係性から大統一理論の問題点を議論していく。

ミラー粒子：標準模型の粒子と共役な表現を持つ

$$\tilde{\psi}_5 = D^c(3, 1, -1/3) \oplus L(1, 2, -1/2)$$

$$\tilde{\psi}_{10} = U^c(3, 1, -2/3) \oplus Q(3^*, 2^*, 1/6) \oplus E^c(1, 1, 1)$$

# 本研究での模型

## • $U(1)_{PQ}$ 対称性

R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. 38, 1440 (1977)  
R. D. Peccei, Lect. Notes Phys. 741, 3 (2008)

- 強いCP問題を解決してくれる。
- PQ対称性の破れからくる南部-Goldstoneボゾン(アクシオン)が暗黒物質の候補となる。

## • $U(1)_X$ 対称性

T. Appelquist, B. A. Dobrescu and A. R. Hopper, Phys. Rev. D 68, 035012 (2003)

$$U(1)_X \text{電荷の定義: } Q_X = x_H Q_Y + Q_{B-L}$$

$Q_Y$ : ハイパーチャージ  
 $Q_{B-L}$ : B-L(バリオン数-レプトン数)電荷  
 $x_H$ : フリーパラメータ

フリーパラメータを  $x_H = -4/5$  と選ぶと、SU(5)模型の $\bar{5}$ 表現と10表現に $U(1)_X$ 電荷をうまく割り当てることができる。

# 本研究での模型

## SU(5) × U(1)<sub>χ</sub> × U(1)<sub>PQ</sub> 模型

	SU(5)	U(1) <sub>χ</sub>	U(1) <sub>PQ</sub>
$\psi_5^i$	$\bar{5}$	$-3/5$	0
$\psi_{10}^i$	<b>10</b>	$+1/5$	0
$\tilde{\psi}_5^i$	<b>5</b>	$+3/5$	1
$\tilde{\psi}_{10}^i$	$\overline{10}$	$-1/5$	1
$(N^c)^j$	<b>1</b>	+1	0
$\Sigma$	<b>24</b>	0	-1
$\chi$	<b>45</b>	$-2/5$	0
$\Phi$	<b>1</b>	-2	0
$H$	<b>5</b>	$-2/5$	0

$\psi_{5(10)}^i (i = 1 \sim 3)$  : SMフェルミオン3世代

$\tilde{\psi}_{5(\overline{10})}^i (i = 1 \sim 3)$  : ミラーフェルミオン3世代

$(N^c)^j (j = 1 \sim 3)$  : マヨラナニュートリノ

$\Sigma, \chi, \Phi, H$  : 複素スカラー場

# 破れのシナリオ

4つの複素スカラー場 $\Sigma, \chi, \Phi, H$ を用いて以下のような破れを実現する。

$$\begin{aligned} \text{SU}(5) \times \text{U}(1)_X \times \text{U}(1)_{PQ} &\xrightarrow{\langle \Sigma \rangle} \text{SU}(3)_C \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_X \times \text{U}(1)_Y \\ &\xrightarrow{\langle \Phi \rangle} \text{SU}(3)_C \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y \\ &\xrightarrow{\langle H \rangle, \langle \chi \rangle} \text{SU}(3)_C \times \text{U}(1)_Y \end{aligned}$$

湯川相互作用は、以下の3種類が考えられる。

標準模型に関するもの

$$\mathcal{L}_{SM} \supset \sum_{i,j=1}^3 [(Y_1^{ij}H + Y_2^{ij}\chi) \psi_{10}^i \psi_{10}^j] + \sum_{i,j=1}^3 [(Y_3^{ij}H^* + Y_4^{ij}\chi^*) \psi_{\bar{5}}^i \psi_{10}^j] + \text{h.c.}$$

ミラー粒子に関するもの

$$\mathcal{L}_{mirror} \supset \sum_{i,j=1}^3 \tilde{Y}_5^{ij} \Sigma \psi_{\bar{5}}^i \tilde{\psi}_5^j + \sum_{i,j=1}^3 \tilde{Y}_{10}^{ij} \Sigma \psi_{10}^i \tilde{\psi}_{10}^j + \text{h.c.}$$

マヨラナニュートリノに関するもの

$$\mathcal{L}_{majorana} \supset - \sum_{i,j=1}^3 Y_D^{ij} H \psi_{\bar{5}}^i (N^c)^j - \left( \frac{1}{2} \sum_{\beta=1}^3 Y_M^\beta \Phi (N^c)^\beta (N^c)^\beta + \text{h.c.} \right)$$





# 質量の関係式

アップタイプの質量 $m_{ui}$ を用いてダウンタイプの質量 $m_{di}$ と電子タイプの質量 $m_{ei}$ について以下の関係式を得ることができる( $i = 1 \sim 6$ )。

$$m_{d1}^2 m_{d2}^2 = \frac{m_{u1} m_{u2} (v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{11})^2}{240}, \quad m_{e1}^2 m_{e2}^2 = \frac{27 m_{u1} m_{u2} (v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{11})^2}{80}$$

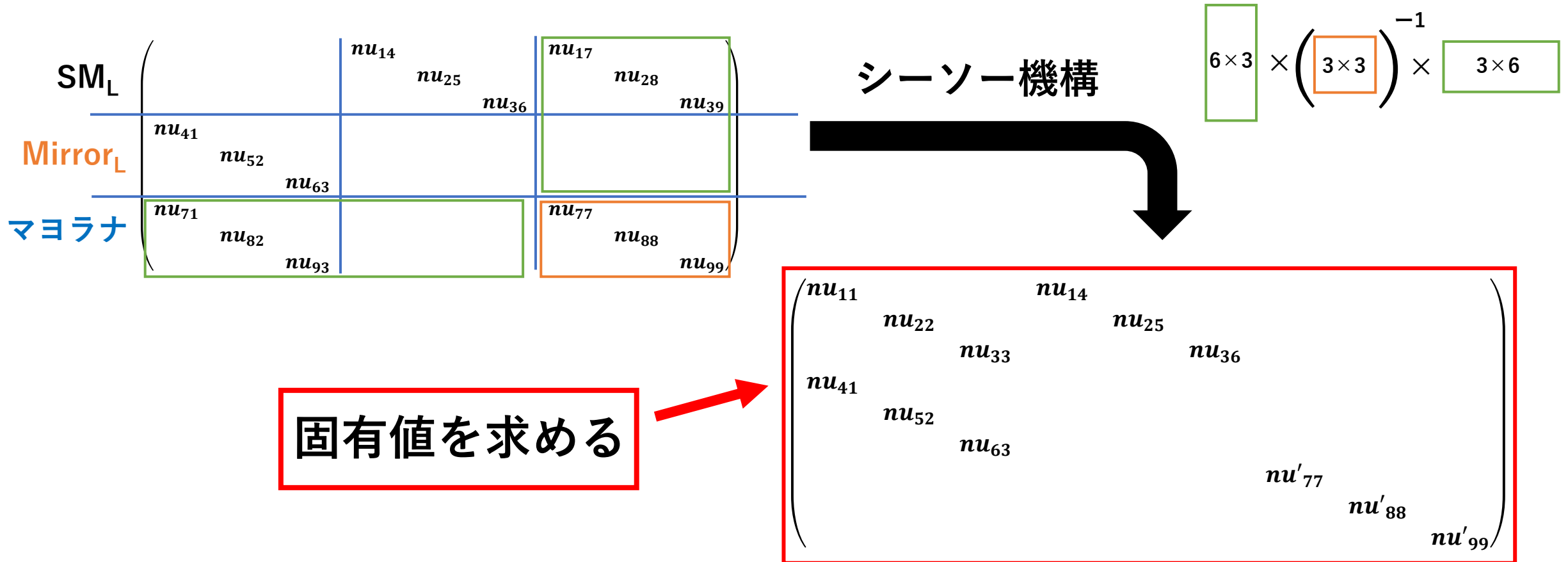
$$m_{d3}^2 m_{d4}^2 = \frac{m_{u3} m_{u4} (v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{22})^2}{240}, \quad m_{e3}^2 m_{e4}^2 = \frac{27 m_{u3} m_{u4} (v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{22})^2}{80}$$

$$m_{d5}^2 m_{d6}^2 = \frac{m_{u5} m_{u6} (v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{33})^2}{240}, \quad m_{e5}^2 m_{e6}^2 = \frac{27 m_{u5} m_{u6} (v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{33})^2}{80}$$

これらの関係式を満たすように各タイプの質量を決めていく。

# ニュートリノの質量

ニュートリノについても対角の場合について計算を行う。



# ニュートリノ質量の関係式

15/21

アップタイプ、ダウンタイプの質量について湯川行列を解き、ニュートリノの質量固有値に代入すると以下のような関係式を得ることができる。

$m_i (i = 1 \sim 6)$  : ニュートリノの質量固有値

$$m_1 m_2 = \frac{9m_{d1}^2 m_{d2}^2}{m_{u1} m_{u2}}, \quad m_3 m_4 = \frac{9m_{d3}^2 m_{d4}^2}{m_{u3} m_{u4}}, \quad m_5 m_6 = \frac{9m_{d5}^2 m_{d6}^2}{m_{u5} m_{u6}}$$

この関係式からミラー粒子のニュートリノの質量を見積もることができる。

# 数值解析

# 質量の決定

16/21

先ほどの関係式を満たしながら結合定数の統一が実現するように以下のようにフェルミオンの質量を決定する。

$m_{u1}$	SM	$m_{u2}$	$\mathcal{O}(\text{GUT})$	$m_{u3}$	SM	$m_{u4}$	$\mathcal{O}(\text{GUT})$	$m_{u5}$	SM	$m_{u6}$	$\mathcal{O}(\text{GUT})$
$m_{d1}$	ボトム クォーク	$m_{d2}$	$\mathcal{O}(10^3)\text{GeV}$	$m_{d3}$	SM	$m_{d4}$	$\mathcal{O}(\text{GUT})$	$m_{d5}$	SM	$m_{d6}$	$\mathcal{O}(\text{GUT})$
$m_{e1}$	電子	$m_{e2}$	$7.36 \times 10^4 \times m_{d2}$	$m_{e3}$	SM	$m_{e4}$	$\mathcal{O}(\text{GUT})$	$m_{e5}$	SM	$m_{e6}$	$\mathcal{O}(\text{GUT})$

$m_{d2}$  と  $m_{e2}$  がくり込み群方程式に寄与してくる。

SM : 標準模型の粒子  
 $\mathcal{O}(\text{GUT})$  : GUTスケール

# スカラー粒子の質量の決定

17/21

45表現ヒッグス  $\chi$  は以下のように構成されている。

$$\chi_{45} \sim \underbrace{\left(8, 2, \frac{1}{2}\right)}_{\Phi_1} \oplus \underbrace{\left(\bar{6}, 1, -\frac{1}{3}\right)}_{\Phi_2} \oplus \underbrace{\left(3, 3, -\frac{1}{3}\right)}_{\Phi_3} \oplus \underbrace{(\bar{3}, 2, -7/6)}_{\Phi_4} \oplus \underbrace{(3, 1, -1/3)}_{\Phi_5} \oplus \underbrace{(\bar{3}, 1, 4/3)}_{\Phi_6} \oplus \underbrace{(1, 2, 1/2)}_{H_2}$$

結合定数の統一が実現するように、 $\Phi_1$ の質量を $M_1 = \mathcal{O}(10^3)\text{GeV}$ 、 $\Phi_3$ の質量を $M_3 = \mathcal{O}(10^9)\text{GeV}$ とする。(他についてはGUTスケール)

$\Phi_1$  と  $\Phi_3$  がくり込み群方程式に寄与してくる。

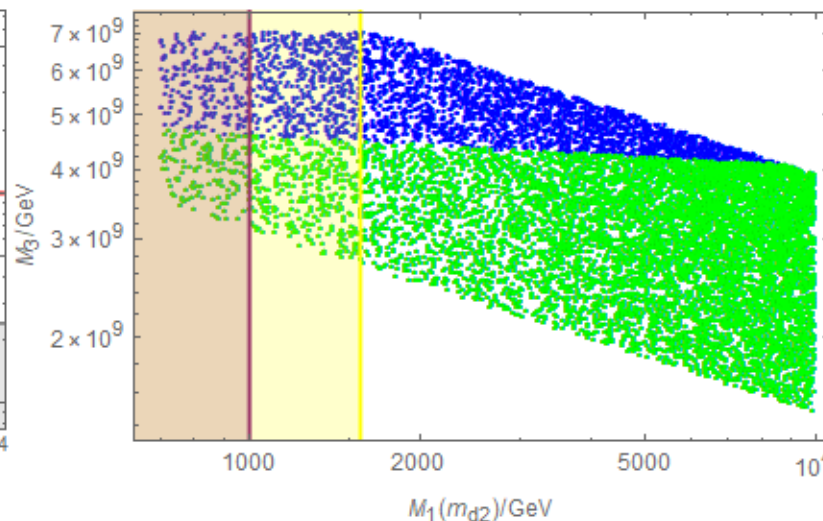
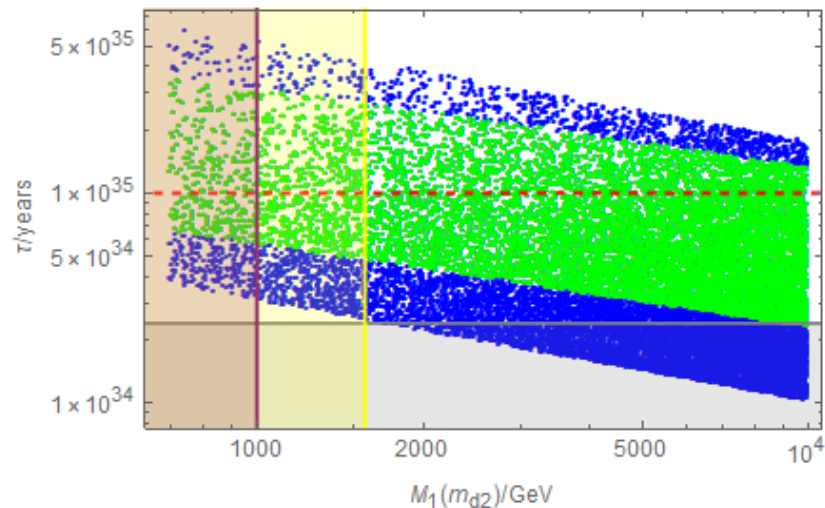
# 新粒子の質量との関係性

18/21

$m_{d2}$  と  $M_1$  を同じ質量だと仮定している。

•  $m_{d2}(M_1)$  と陽子崩壊の寿命の比較

•  $m_{d2}(M_1)$  と  $M_3$  の比較



緑領域：結合定数の統一1%

青領域：結合定数の統一3%

紫領域： $M_1$ の排除領域  
( $M_1 > 1\text{TeV}$ )

V. Miralles and A. Pich, arXiv : 1910.07947

黄領域： $m_{d2}$ の排除領域  
( $m_{d2} > 1570\text{GeV}$ )

R.L. Workman et al, Particle Data Group(2022)

灰領域：スーパーカミオカンデ領域

$\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \gtrsim 2.4 \times 10^{34}$ 年

A. Takenaka et al. Phys. Rev. D 102, 112011 (2020)

赤点線：ハイパーカミオカンデ到達域

$\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \lesssim 1.0 \times 10^{35}$ 年

HYPER-KAMIOKANDE collaboration (2019)

# ゲージ結合定数の統一の一例

19/21

$m_{d2} = M_1 = 5\text{TeV}$ 、  
 $m_{e2} = 7.36 \times 10^4 \times m_{d2} = 3.7 \times 10^8 \text{GeV}$ 、  
 $M_3 = 2.5 \times 10^9 \text{GeV}$ の場合

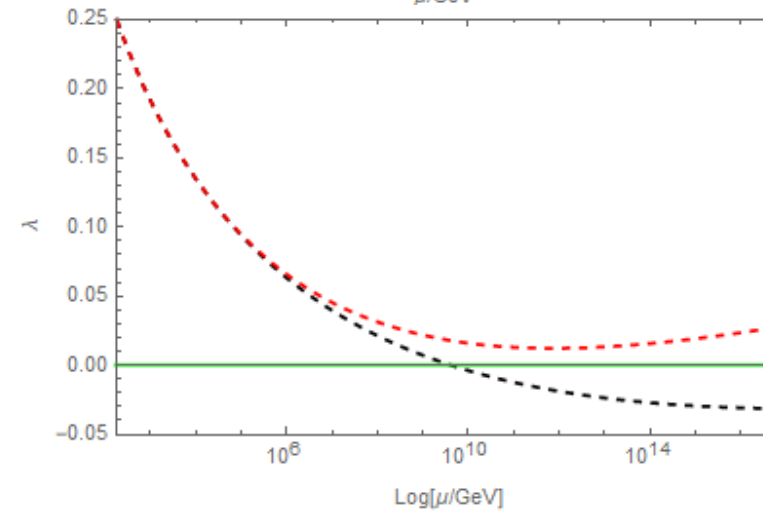
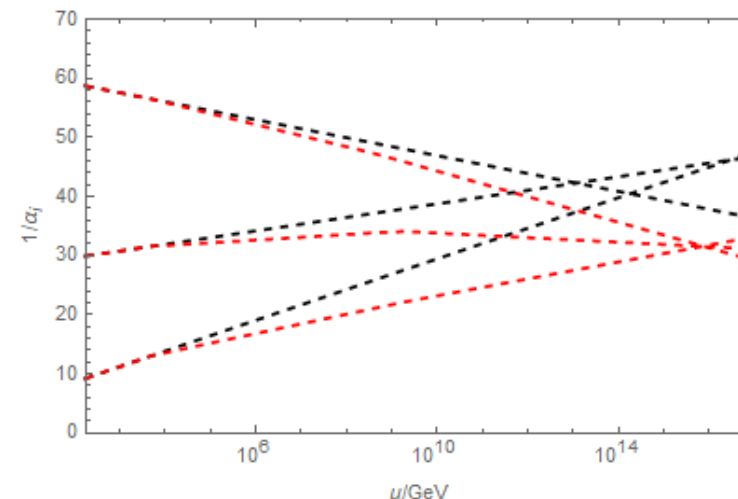
$$M_{\text{GUT}} \approx 7.9 \times 10^{15} \text{GeV}$$

$$\alpha_{\text{GUT}} = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 \approx 1/31.6$$

$$\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \approx \frac{1}{\alpha_{\text{GUT}}^2} \frac{M_{\text{GUT}}^4}{m_p^5} \approx 8.86 \times 10^{34} \text{年}$$

P. Nath and P. Fileviez Perez, Phys. Rept. 441, 191 (2007)

黒線：標準模型  
赤線：本模型





# 重いニュートリノの質量

20/21

ニュートリノの質量の関係式に先ほど決定したアップタイプ、ダウンタイプの質量 ( $m_{u2} = M_{\text{GUT}} = 7.9 \times 10^{15} \text{GeV}$ 、 $m_{d1} = 4.18 \text{GeV}$ 、 $m_{d2} = 5 \text{TeV}$ ) を代入する。

R.L. Workman et al, Particle Data Group(2022)

例:  $m_{u1} = 172.69 \text{GeV}$  (トップクォーク) の場合

$$m_1 m_2 = 2.88 \times 10^9 (\text{eV})^2$$

$$m_1 m_2 = \frac{9m_{d1}^2 m_{d2}^2}{m_{u1} m_{u2}}$$

実験値から1番軽いニュートリノの質量の上限が分かる。

Planck (2018)  
NuFIT v5.1

順階層の場合  $m_{\text{lightest}} < 0.03 \text{eV}$

→  $m_{\text{heavy}} > 96.1 \text{GeV}$

逆階層の場合  $m_{\text{lightest}} < 0.016 \text{eV}$

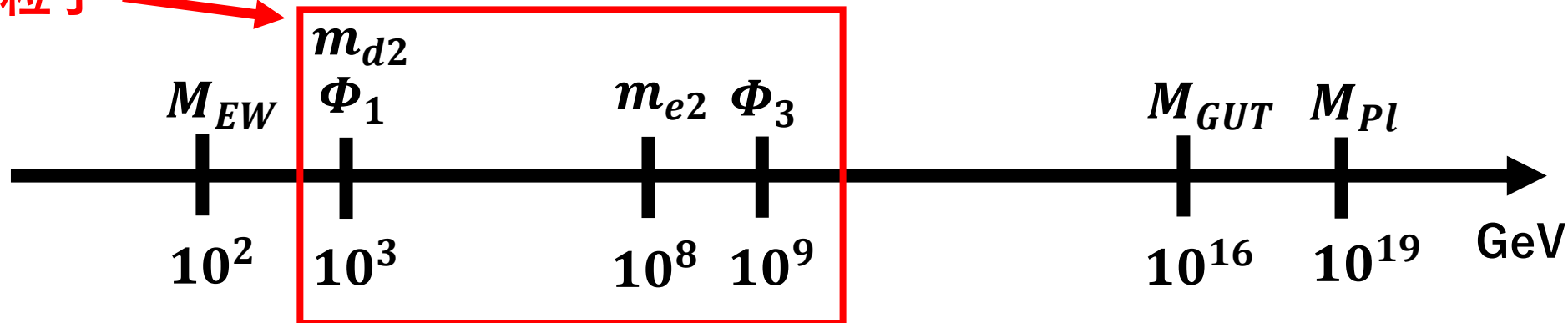
→  $m_{\text{heavy}} > 180.13 \text{GeV}$

# まとめと今後

# まとめと今後

21/21

新粒子



- 質量の関係性をもとに中間スケールに新粒子の存在を仮定することで、結合定数の統一が実現できた。さらにハイパーカミオカンデ実験による陽子崩壊探索によって検証可能となっている。
- ニュートリノの質量についての関係性から重いニュートリノの質量を見積もった。
- 今後はインフレーションや暗黒物質について議論していく。

# Backup

# 統一の正確性について

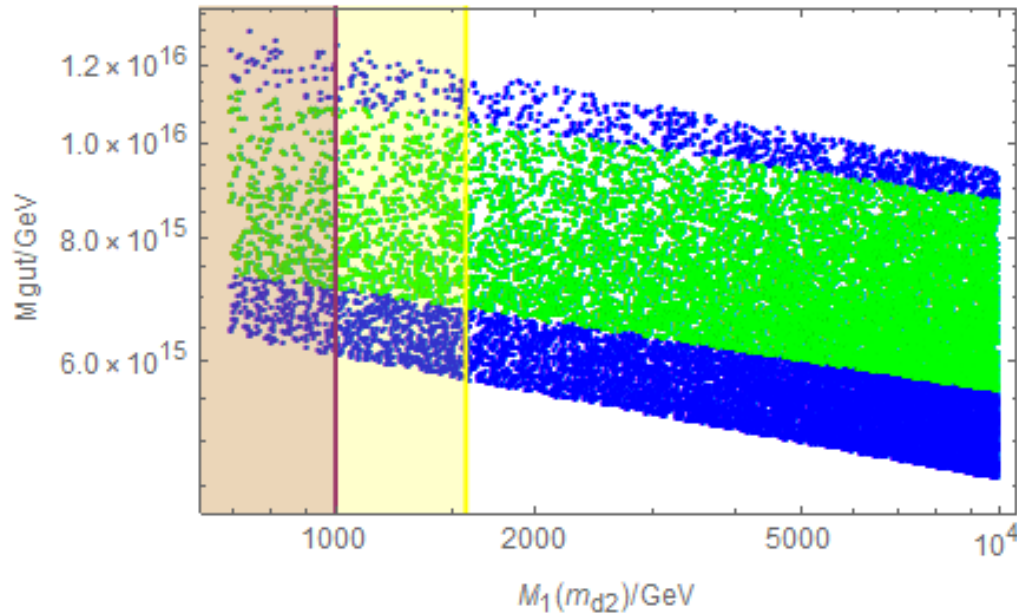
3つの結合定数についてそれぞれ $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ と $\frac{\alpha_3}{\alpha_2}$ について比を考える。

$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = 1$ とした時に $\frac{\alpha_3}{\alpha_2}$ がどれくらいであるかをもって正確性を決めている。

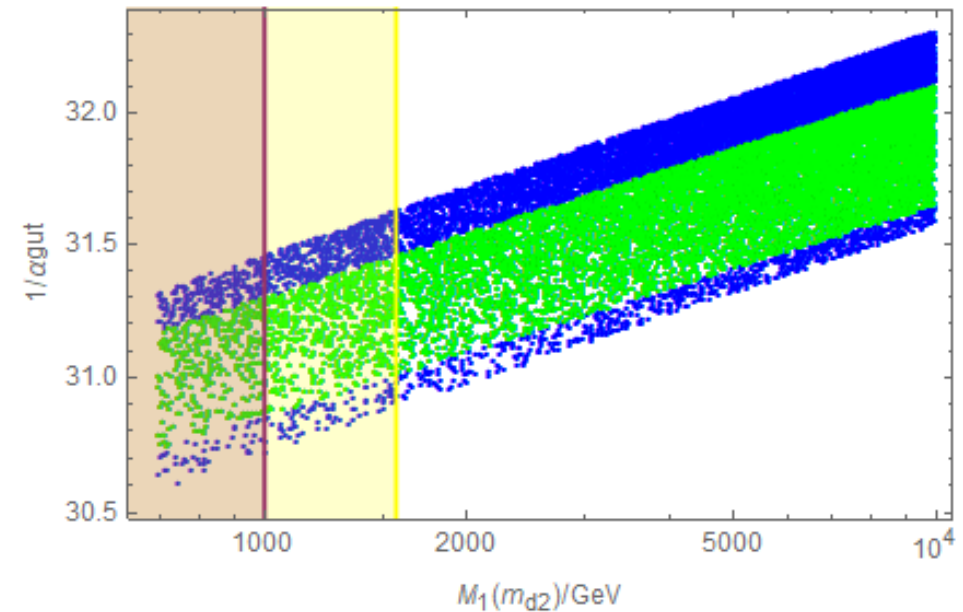
$$r_{12} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}, \quad r_{23} = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \text{の時、 } 0.99 < \frac{r_{23}}{r_{12}} < 1.01 \text{だと統一の正確性1\%}$$
$$0.97 < \frac{r_{23}}{r_{12}} < 1.03 \text{だと統一の正確性3\%}$$

# $M_{\text{GUT}}$ と $\alpha_{\text{GUT}}$ についての比較

- $m_{d2}(M_1)$ と $M_{\text{GUT}}$ の比較



- $m_{d2}(M_1)$ と $\alpha_{\text{GUT}}$ の比較



# ベータ関数の計算

新粒子からのベータ関数への寄与をそれぞれの粒子の質量のところから加える。

$$\text{係数} : b_i = -\frac{11}{3}N + \frac{2}{3}T(R_f)N_f^c + \frac{1}{3}T(R_s)N_s \quad (i = 1 \sim 3)$$

$N$  : SU(N)群のN、  $N_f^c$  : カイラルフェルミオンの数、  $N_s$  : 複素スカラー場の数

$$T(R) = \text{Tr}[L^i L^j] = \begin{cases} \frac{1}{2} \delta_{ij} & (R \text{が基本表現}) \\ N \delta_{ij} & (R \text{が随伴表現}) \end{cases}$$

例) SU(3)3重項のカイラルフェルミオン1つの寄与の場合  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

# 真空期待値

- 5表現ヒッグスの真空期待値： $\langle H \rangle = (0, 0, 0, 0, \frac{v}{\sqrt{2}})$
- 24表現ヒッグスの真空期待値： $\langle \Sigma \rangle = \frac{v_\Sigma}{2\sqrt{15}} \text{Diag} (-2, -2, -2, 3, 3)$
- 1表現ヒッグスの真空期待値： $\langle \Phi \rangle = \frac{v_\Phi}{\sqrt{2}}$
- 45表現ヒッグス： $\chi_c^{ab} = -\chi_c^{ba}$ 、 $\chi_a^{ab} = 0 (a, b, c = 1 \sim 5)$   
真空期待値： $\langle \chi \rangle_1^{15} = \langle \chi \rangle_2^{25} = \langle \chi \rangle_3^{35} = \frac{v_\chi}{\sqrt{2}}$ 、 $\langle \chi \rangle_4^{45} = -\frac{3v_\chi}{\sqrt{2}}$



# 重いニュートリノの質量

ニュートリノの質量の関係式に先ほど決定したアップタイプ、  
ダウンタイプの質量( $m_{u2} = M_{\text{GUT}} = 7.9 \times 10^{15} \text{GeV}$ 、 $m_{d1} =$   
 $4.18 \text{GeV}$ 、 $m_{d2} = 5 \text{TeV}$ )を代入する。

R.L. Workman et al, Particle Data Group(2022)

- $m_{u1} = 2.16 \text{MeV}$ (アップクォーク)の場合

$$m_1 m_2 = 2.3 \times 10^{14} (\text{eV})^2$$

- $m_{u1} = 1.27 \text{GeV}$ (チャームクォーク)の場合

$$m_1 m_2 = 3.92 \times 10^{11} (\text{eV})^2$$

- $m_{u1} = 172.69 \text{GeV}$ (トップクォーク)の場合

$$m_1 m_2 = 2.88 \times 10^9 (\text{eV})^2$$

$$m_1 m_2 = \frac{9m_{d1}^2 m_{d2}^2}{m_{u1}^2 m_{u2}^2}$$

# 重いニュートリノの質量

実験から分かっているアクティブニュートリノの質量の和の制限と質量の2乗差から1番軽いニュートリノの質量の上限が分かる。

Planck (2018)  
NuFIT v5.1

順階層の場合  $m_{lightest} < 0.03\text{eV}$

- $m_{u1} = 2.16\text{MeV}$ (アップクォーク)  
 $m_{heavy} > 7.68 \times 10^6\text{GeV}$
- $m_{u1} = 1.27\text{GeV}$ (チャームクォーク)  
 $m_{heavy} > 1.31 \times 10^4\text{GeV}$
- $m_{u1} = 172.69\text{GeV}$ (トップクォーク)  
 $m_{heavy} > 96.1\text{GeV}$

逆階層の場合  $m_{lightest} < 0.016\text{eV}$

- $m_{u1} = 2.16\text{MeV}$ (アップクォーク)  
 $m_{heavy} > 1.44 \times 10^7\text{GeV}$
- $m_{u1} = 1.27\text{GeV}$ (チャームクォーク)  
 $m_{heavy} > 2.45 \times 10^4\text{GeV}$
- $m_{u1} = 172.69\text{GeV}$ (トップクォーク)  
 $m_{heavy} > 180.13\text{GeV}$

# 質量固有値

1: - 2: +

- アップタイプ

$$m_{u1,2} = \frac{1}{480} \left[ 17(v_{\Sigma} \tilde{Y}_{10}^{11})^2 + 1920(v_H Y_1^{11})^2 \pm \sqrt{-64v_{\Sigma}^2 (\tilde{Y}_{10}^{11})^4 + \{17(v_{\Sigma} \tilde{Y}_{10}^{11})^2 + 1920(v_H Y_1^{11})^2\}^2} \right]$$

- ダウンタイプ

$$m_{d1,2} = \frac{1}{120} \left[ 15m_{u1}m_{u2} + 15(v_H Y_3^{11} + 2v_{\chi} Y_4^{11})^2 + (v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{11})^2 \pm \sqrt{-60m_{u1}m_{u2}(v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{11})^2 + \{15m_{u1}m_{u2} + 15(v_H Y_3^{11} + 2v_{\chi} Y_4^{11})^2 + (v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{11})^2\}^2} \right]$$

- 電子タイプ

$$m_{e1,2} = \frac{1}{160} \left[ 720m_{u1}m_{u2} + 20(v_H Y_3^{11} - 6v_{\chi} Y_4^{11})^2 + 3(v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{11})^2 \pm \sqrt{-8640m_{u1}m_{u2}(v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{11})^2 + \{720m_{u1}m_{u2} + 20(v_H Y_3^{11} - 6v_{\chi} Y_4^{11})^2 + 3(v_{\Sigma} \tilde{Y}_5^{11})^2\}^2} \right]$$

- ニュートリノ

$$m_{1,2} = \frac{1}{2\sqrt{2}v_{\Phi} Y_M^1} \left[ (v_H Y_D^1)^2 \pm \sqrt{(v_H Y_D^1)^4 + \frac{72(m_{d1}m_{d2}v_{\Phi} Y_M^1)^2}{m_{u1}m_{u2}}} \right]$$

# Peccei-Quinn機構

QCDのラグランジアンには、CPを破る項  $\frac{\theta g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{\mu\nu a}$  が許される。

## 強いCP問題

CPを破る項： $\frac{\theta g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{\mu\nu a}$

実験から  $|\theta| \lesssim 10^{-9}$  と制限されている。  
なぜこんなに小さい？

R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. 38, 1440 (1977)  
R. D. Peccei, Lect. Notes Phys. 741, 3 (2008)

理論に  $U(1)_{PQ}$  対称性を導入する。

$U(1)_{PQ}$  の破れにより、 $\theta$  項は力学的な場に置き換わる。

→  $\mathcal{L} = \left( \theta + \frac{a}{f_a} \right) \frac{g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{\mu\nu a}$  で  $\theta_{\text{eff}} = \theta + \frac{a}{f_a}$  とみる。

# 標準模型の粒子の湯川相互作用

$$M_U = \frac{1}{\sqrt{2}} [2(Y_1 + Y_1^T)v_H - 4(Y_2 - Y_2^T)v_\chi ]$$

$$M_D = \frac{1}{2} (Y_3^T v_H^* + 2Y_4^T v_\chi^* )$$

$$M_E = \frac{1}{2} (Y_3 v_H^* - 6Y_4 v_\chi^* )$$

45表現ヒッグスのおかげで  
質量に違いが出る。

# 表現の積

SU(5)群における表現の積について以下に記す。

$$5 \times 5 = 10 + 15$$

$$\bar{5} \times 10 = 5 + \overline{45}$$

$$10 \times 10 = \bar{5} + 45 + 50$$

$$10 \times \overline{10} = 1 + 24 + 75$$