解析の概要とBの物理

石川明正
(東北大学)

対象者

- M1~M2あたりを想定しています
- それより上の方々は復習と思って聞くか、他の事をしていてもかまいません
- 4年生は（もしいるなら）なんとなくそんなもんだと思って聞いて下さい。将来理解しやすくなるかもしれません。
- 質問がありましたら話を止めても良いので質問して下さい。

目的

- 物理を完全に理解できていなくても、解析が出来るような前提知識を持てるようにする
  - あえて細かい事は除いてますので、正確な記述では無いところもあります
  - 細かい物理は別の機会に勉強しましょう
- Linux shell command, python, C++, ROOT, (g)basf2 などの計算機ツールに関しては触れません
  - 手を動かして勉強する講義はこの後にあります

内容

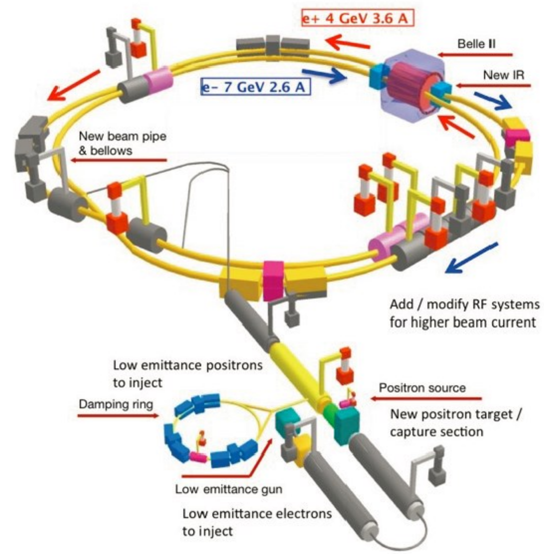
- B-factory の基礎

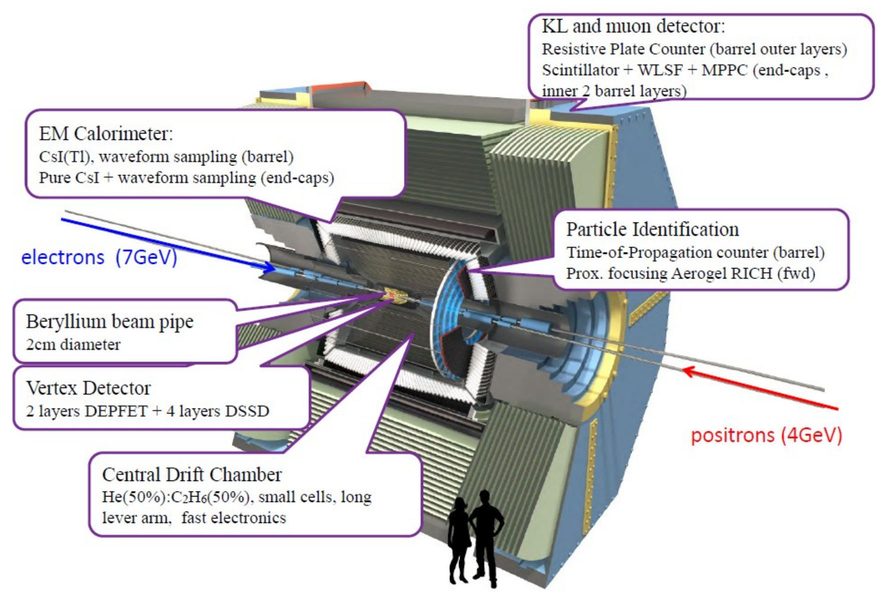
- 解析の概要

B-factory の基礎

SuperKEKB加速器 と Belle II検出器

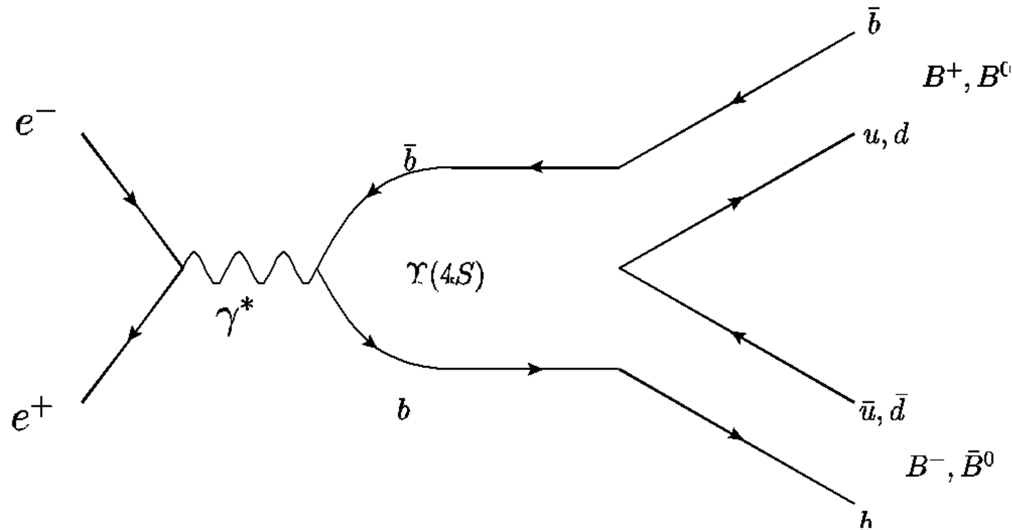
- SuperKEKB加速器
  - 電子と陽電子を加速しぶつける
  - 電子は7GeV、陽電子は4GeV
    - エネルギーはY(4S)共鳴にあわせている
  - 重心系はブーストされている
  - KEKBの40倍のルミノシティー(加速器の強度)
- Belle II 検出器
  - SuperKEKB加速器が作った粒子を測定する
  - 複数のサブ検出器の複合体
    - サブ検出器はそれぞれ違う役割がある
  - 重心系がブーストしているので前方の方が測定範囲が広い
    - 17度 ～ 150度





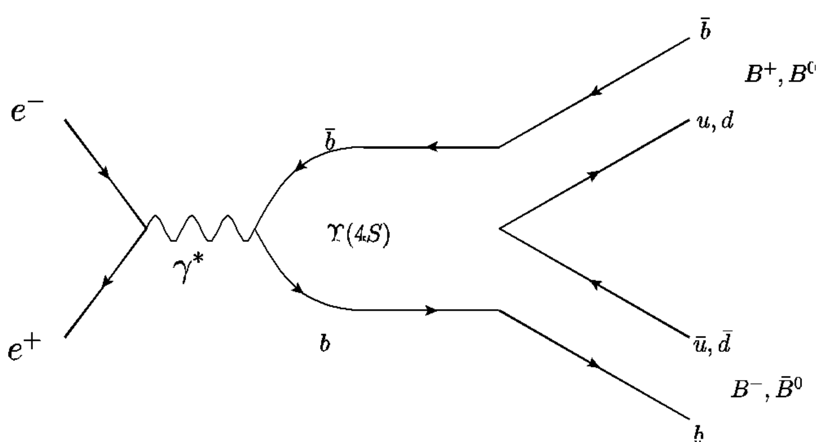
電子陽電子衝突型加速器SuperKEKBで何が起こるか

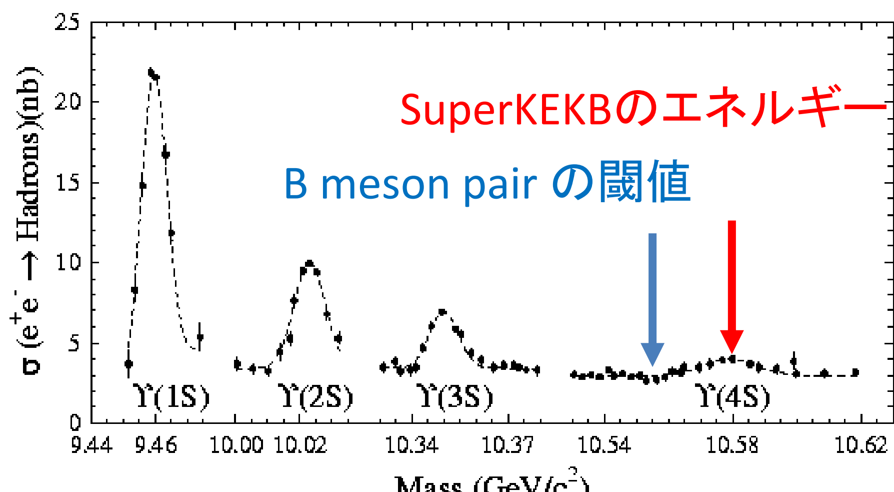
- SuperKEKB では電子と陽電子を加速し、衝突させている
- 衝突させるとどうなるか？
  - 物質粒子である電子と反物質粒子の陽電子は対消滅を起こし、力の粒子である仮想光子になる（仮想というのは質量が実光子の質量と異なるから）
    - SuperKEKB での生成反応はほぼ電磁相互作用による(わずかに弱い相互作用)
  - 仮想光子は瞬時に粒子と反粒子に壊れる。
  - 必ずしも我々が欲しいボトムクォークなどが生成するわけでは無い



e^+e^-→Y(4S)→BB

- Y(4S)は bbbar のspin1の共鳴状態で B meson 対に崩壊できる最低の共鳴
  - BF(Y(4S)→BB) ~100%, B の運動量は Y(4S)の静止系で約340MeV
  - BF(Y(4S)→BBγ) のような崩壊は見つかっていない
- Y(4S)の spin はビーム方向に揃っている。
- Vector 粒子 がニつの (Pseudo)Scalar に崩壊するとき
  - 角度分布は $\sin^2(\theta)$
  - θはビーム方向からの角度





どの粒子がどれだけ生成されるか？

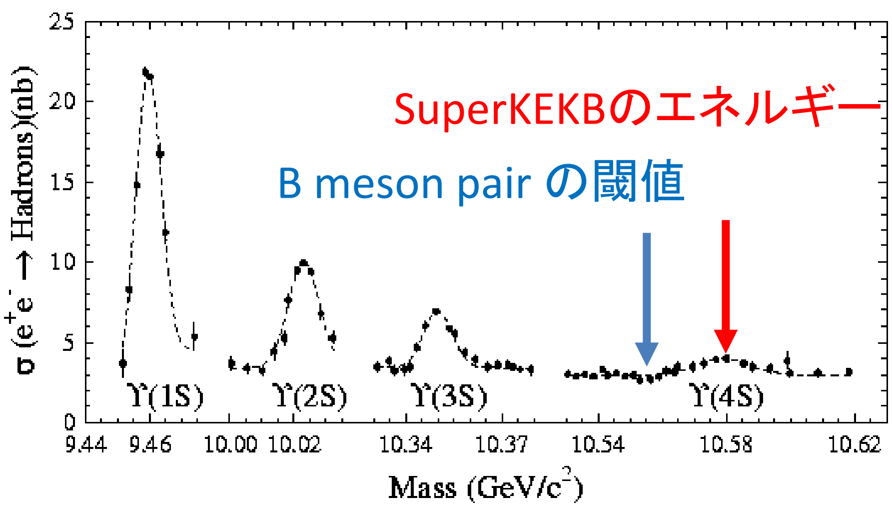
- 生成数 N

$$N = \int \sigma \mathcal{L} dt$$
$$= \sigma \int \mathcal{L}(t) dt$$
$$= \sigma \mathcal{L}_{\mathrm{int}}$$

  - σ は生成断面積 ← 物理過程による(時間に依らない)
    - 重心エネルギーによって決定される
  - *L* はルミノシティー ← SuperKEKB の性能 (時間の関数)
  - ∫dt ← 加速器の運転時間
- σは自然が決める
- 人間が改善できるところは *L* と ∫dt （L_{int}）

生成断面積と生成数 $N = \int \sigma \mathcal{L} dt$

- Y(4S)の生成断面積と, τ pair, ccbar の断面積は同じオーダー O(1nb)
- SuperKEKB の最高ルミノシティーは L=8x10^{35}/cm^2/s = 800/nb/s
  - つまり Y(4S) だったら σ=1.05nb なので σL = 840個/s 作れる。
    - L_{int} = 50/ab ためたら 5.25 x 10^{10}個
  - ccbar event だったら 1040 pairs/s
    - B中間子解析の背景事象の一つ
  - τ pair event だったら 735 pairs/s



σ [nb] (1nb = 10^{-33} cm^2)

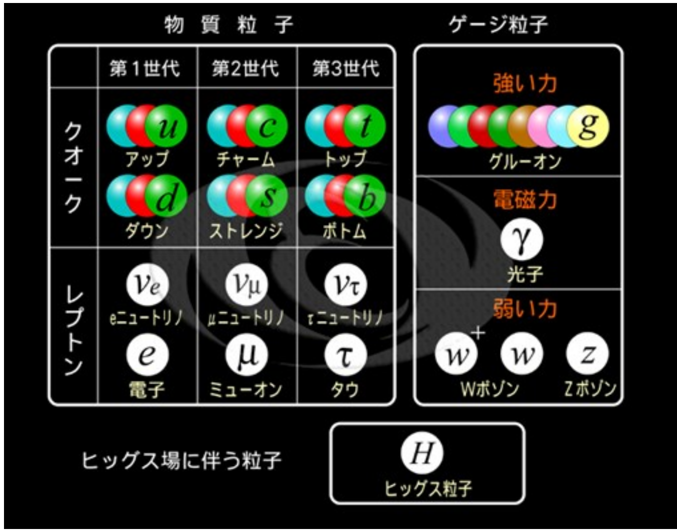
Physics process	Cross section [nb]	Selection Criteria
$\Upsilon(4S)$	1.05 ± 0.10	-
$u\bar{u}(\gamma)$	1.61	-
$d\bar{d}(\gamma)$	0.40	-
$s\bar{s}(\gamma)$	0.38	-
$c\bar{c}(\gamma)$	1.30	-
$e^+e^-(\gamma)$	300 ± 3 (MC stat.)	$10° < \theta_e^* < 170°$, $E_e^* > 0.15\,\mathrm{GeV}$
$e^+e^-(\gamma)$	74.4	p_e >0.5GeV and e in ECL
$\gamma\gamma(\gamma)$	4.99 ± 0.05 (MC stat.)	$10° < \theta_\gamma^* < 170°$, $E_\gamma^* > 0.15\,\mathrm{GeV}$
$\gamma\gamma(\gamma)$	3.30	p_γ >0.5 GeV in ECL
$\mu^+\mu^-(\gamma)$	1.148	-
$\mu^+\mu^-(\gamma)$	0.831	p_μ >0.5GeV in CDC
$\mu^+\mu^-\gamma(\gamma)$	0.242	p_μ >0.5 GeV in CDC, $\geq 1\ \gamma$ (E_γ >0.5GeV) in EC
$\tau^+\tau^-(\gamma)$	0.919	-
$\nu\bar{\nu}(\gamma)$	0.25×10^{-3}	-
$e^+e^-e^+e^-$	39.7 ± 0.1 (MC stat.)	$W_{\ell\ell} > 0.5\,\mathrm{GeV}$
$e^+e^-\mu^+\mu^-$	18.9 ± 0.1 (MC stat.)	$W_{\ell\ell} > 0.5\,\mathrm{GeV}$

クォーク対生成

レプトン対生成

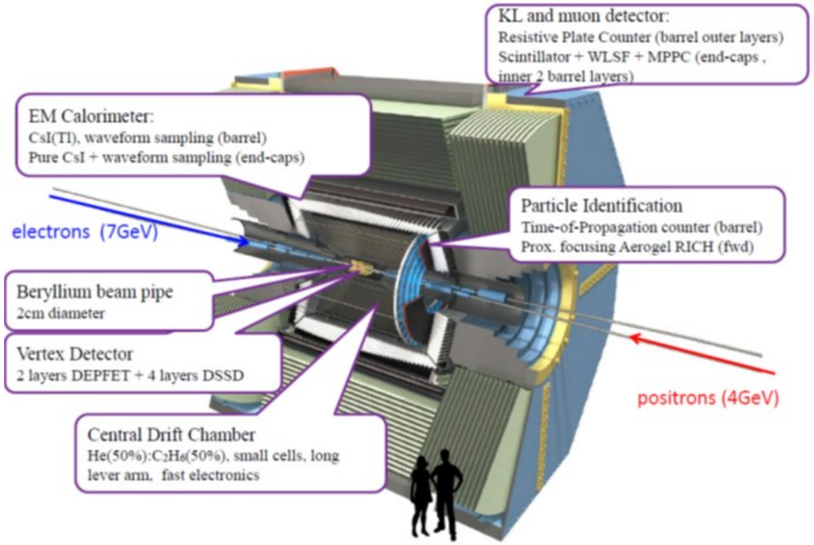
粒子の崩壊

- B, charm, τ は寿命が短いのでビームパイプ内で崩壊する
  - B, τは弱い相互作用で崩壊する(Wを介する)
    - Υ(4S)からのB meson は基底状態
  - Charm は粒子に寄って崩壊が異なる
    - 励起状態のD meson は主に強い相互作用で崩壊する(gluonを介する)。電磁相互作用(光子を介する)の場合もわずかにある。最終的に基底状態になる。
    - 基底状態のD meson は弱い相互作用で崩壊
  - u,d,s クォークを含む粒子
    - 励起状態は不安定
      - 強い相互作用か電磁相互作用で崩壊
    - 基底状態は安定
  - 電子、ミューオン、ニュートリノ、光子
    - 安定



終状態粒子の測定

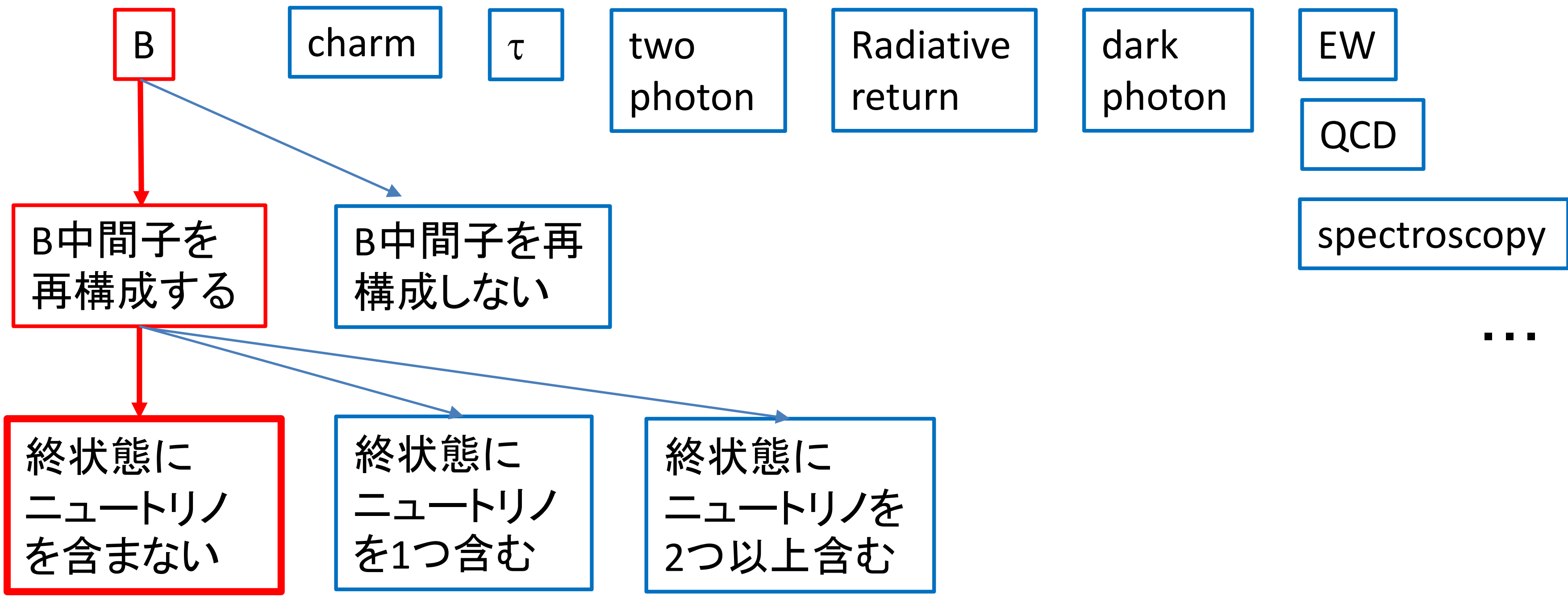
- Belle II 測定器で測定するのは崩壊により生成された安定粒子(長寿命粒子)
  - 荷電粒子 : e, μ, π, K, p
    - VXD とCDC : 運動量 (軌跡)
    - KLM, ECL, TOP, ARICH, CDC: 粒子の種類 (質量)
  - 中性粒子 : γ, K_L^0, n
    - ECL : γのエネルギーと方向(運動量)
    - K_L^0, n は運動量の方向しか分からない
    - ニュートリノは検出できない→ missing energy
- 最終的にテープに書かれるのは
  - 荷電粒子の軌跡と粒子の種類の確率
  - 中性粒子のエネルギーと方向



解析の概要

解析

- Belle II では色々な解析がありますが



解析の流れ

1. シグナルの再構成
2. 背景事象の抑制
3. Fit でシグナルを背景事象から分離し、シグナルの数とその誤差を計算する

再構成に必要な物理知識

- 素粒子物理学は相対論と量子力学で記述されている
  - 特殊相対論　高速な物を扱う
  - 量子力学　　小さな物を扱う
- 粒子の再構成は基本的には特殊相対論だけでできる

$$E = \sqrt{\boldsymbol{p}^2 + m^2}$$

$$|\boldsymbol{p}|/m = \beta\gamma$$

$$E/m = \gamma$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

光速c=1 とする

- ある粒子の4元運動量 P

$$P = (E, \boldsymbol{p}) = (E, p_x, p_y, p_z)$$

  - 二乗するとその粒子の質量の二乗になる

$$P^2 = E^2 - |\boldsymbol{p}|^2$$
$$= m^2$$

親粒子の再構成

- 再構成とは娘粒子から親粒子の4元運動量を計算すること

- ある粒子 a^0 が b^+ と c^- に崩壊した ($a^0 \rightarrow b^+ c^-$) 。
- b^+ と c^- から a^0 の4元運動量を再構成する
  - 測定可能なのは b と c の運動量 p_b, p_c
  - また、粒子識別により質量が分かる m_b, m_c
  - b と c の4元運動量は以下のように書ける

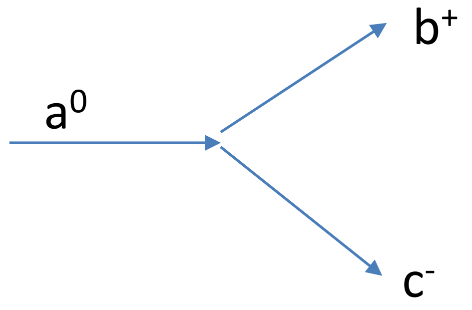
$$P_b = (E_b, \boldsymbol{p}_b) = (\sqrt{\boldsymbol{p}_b^2 + m_b^2}, \boldsymbol{p}_b)$$

$$P_c = (E_c, \boldsymbol{p}_c) = (\sqrt{\boldsymbol{p}_c^2 + m_c^2}, \boldsymbol{p}_c)$$

  - a の 4元運動量は b と c の4元運動量の足し算
    - 質量はその二乗のルートである。

$$P_a = P_b + P_c$$

$$P_a^2 = m_a^2$$



シグナルの再構成

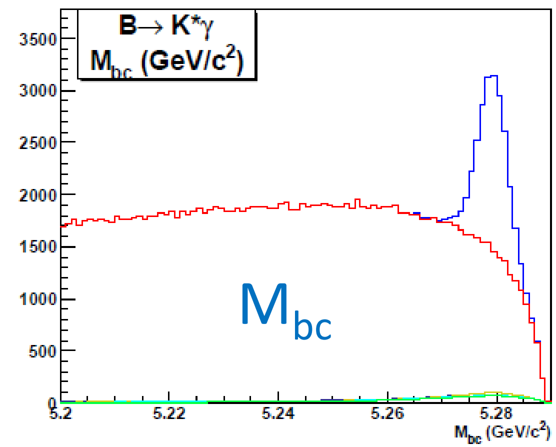
- 例えば signal を $B^0 \to K^+\pi^-$ とする。
- もう一つの B はすべての可能な崩壊モードに行く

1. まずは粒子の種類分け
   - PID の情報を用いて $K^\pm$らしいものと $\pi^\pm$らしいものに分ける

     K_1^+, K_2^+, K_3^- $\pi_1^+, \pi_2^+, \pi_3^+, \pi_4^+, \pi_5^-, \pi_6^-$
2. すべての電荷が0になるK, π の組み合わせを調べる
   - 上の例だと $(K_1^+, K_2^+) \times (\pi_5^-, \pi_6^-)$ と $(K_3^-) \times (\pi_1^+, \pi_2^+, \pi_3^+, \pi_4^+)$ の8通り
   - K, π の運動量から 4元運動量を計算し、足し算してB^0候補を作る
   - B^0候補の4元運動量から B^0 の質量と一致するか判定
   - また、B^0候補の3元運動量が予想される B^0 の運動量 340MeVと一致するか判定

再構成の変数

- 再構成の変数は背景事象の分布が理解しやすい変数に変換して使う
- 正しく再構成された B 中間子だったら B のエネルギーは重心系ビームエネルギー E_{beam}(=5.29GeV)と同じはず。
  - B の運動量 → Beam constraint mass : M_{bc}
  - B の質量 → Energy difference : ΔE

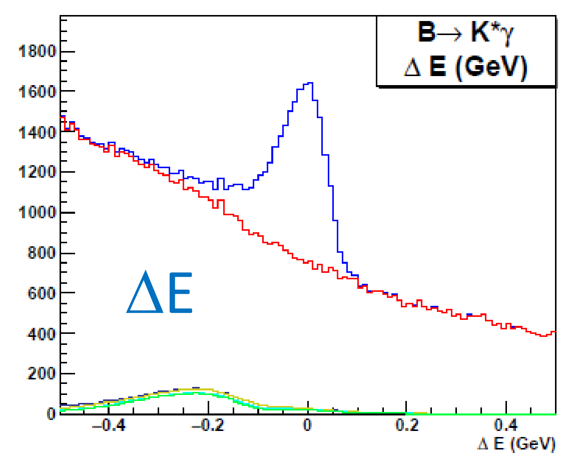


再構成されたB候補の運動量

$$M_{\rm bc} = \sqrt{(E_{beam}^{c.m.s}/c^2)^2 - |\vec{p}_B^{\,c.m.s}/c|^2}$$

$$\Delta E = E_B^{c.m.s} - E_{beam}^{c.m.s}$$

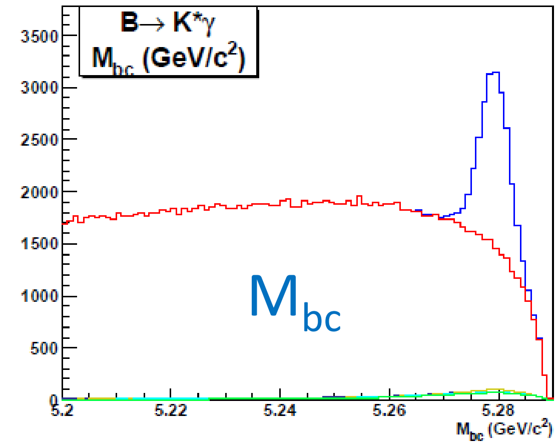
再構成されたB候補のエネルギー

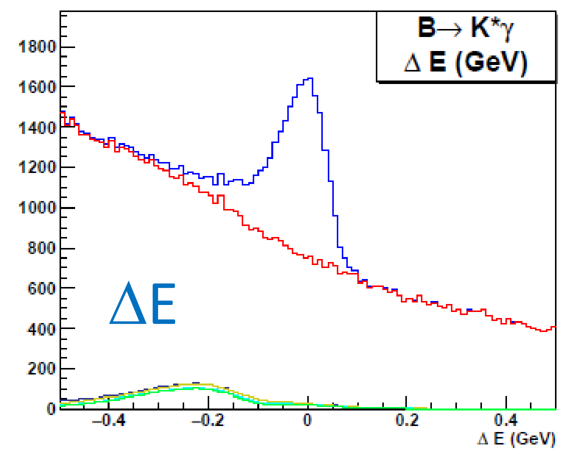


背景事象の抑制

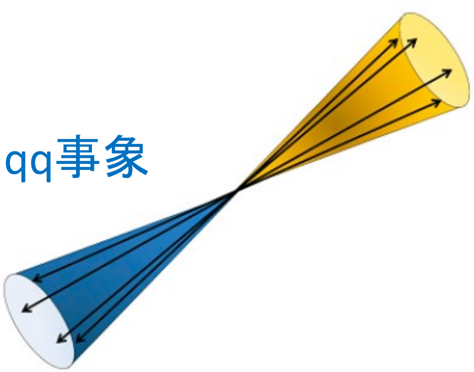
- 多くの B 崩壊の背景事象は continuum
  - $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ (q=u,d,s,c)
  - 偶然、ランダムなコンビネーションが ΔE, M_{bc} の selection を通過してしまう。
- Event shape を使って抑制する
  - $q\bar{q}$: quark は beam energy に比べて小さいので event shape が jet like になる
  - $B\bar{B}$: ほぼ静止して作られるので丸い
- 他には
  - Bの運動量の方向 (= $\sin^2\theta$)
  - B候補の崩壊点ともう一つのBの崩壊点のz 方向の差

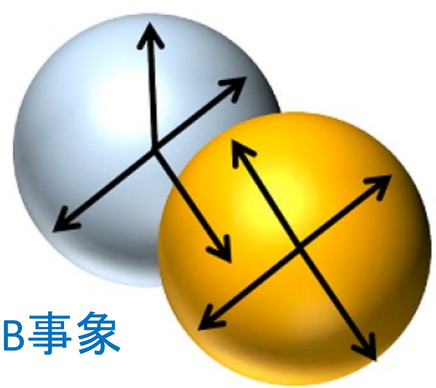
赤がcontinuum 事象





qq事象





BB事象

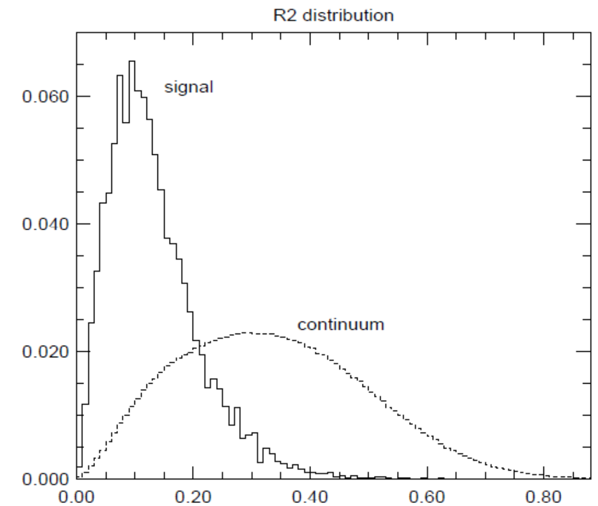
Event Shape 変数の例

- いくつかの Event shape 変数があります。
- 代表的なのは Fox-Wolfram moment
  - 終状態粒子の運動量の角度(cosθ)を使って、ルジャンドル多項式Pを使って展開する

$$H_l = \sum_{ij} |\vec{p}_i||\vec{p}_j| P_l(\cos\theta_{ij})$$

$$\begin{aligned}
P_0(x) &= 1 \\
P_1(x) &= x \\
P_2(x) &= \frac{1}{2}(3x^2 - 1) \\
P_3(x) &= \frac{1}{2}(5x^3 - 3x) \\
P_4(x) &= \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)
\end{aligned}$$

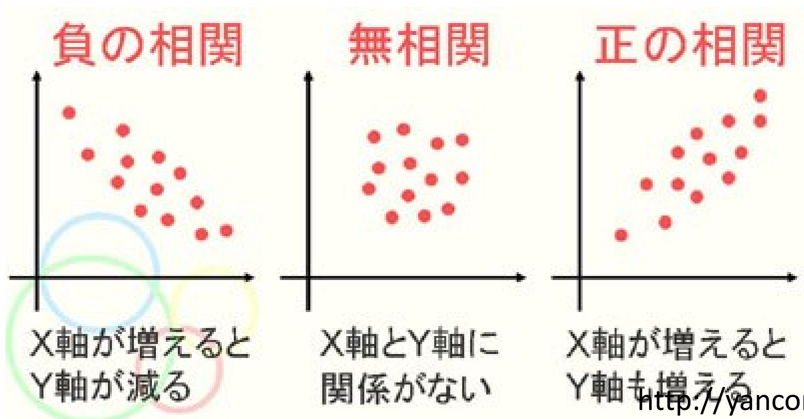
  - $R_2 = H_2/H_0$
    - 丸い event は 0, jet-like な event は 1 になる。



- Belle II ではこの moment を元に複数の変数を作っている
  - Event shape 変数は一般に相関がある

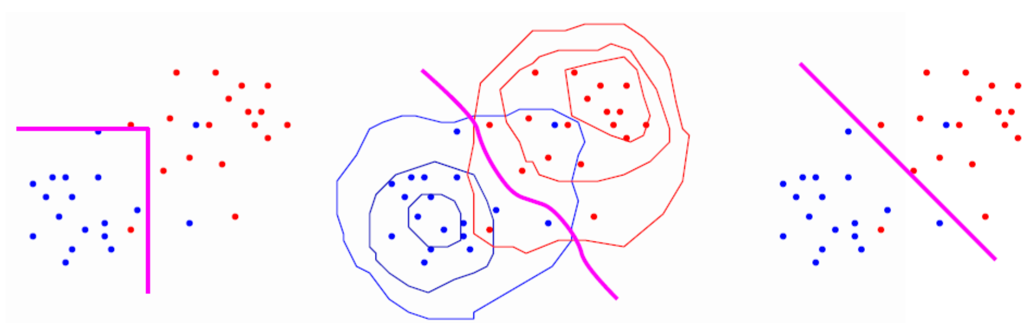
相関と効率的なカット

- 二つの変数をxとyにplotして、それらが丸くなければ相関がある
  - 相関が強ければx軸でカットするのもy軸でカットするのもほとんど代わらない。



http://yancong.su/lecture/life_it/shinjo11/type.jpg

- 複数の変数のコンビネーションでカットをかけた方が効率的

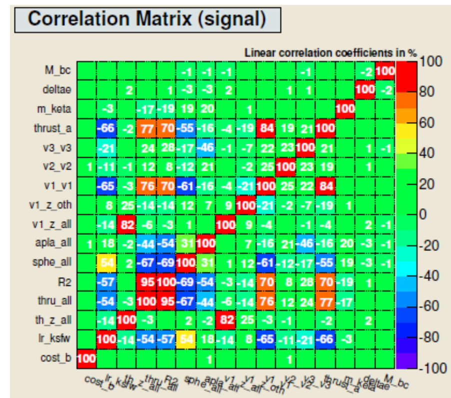


シグナル

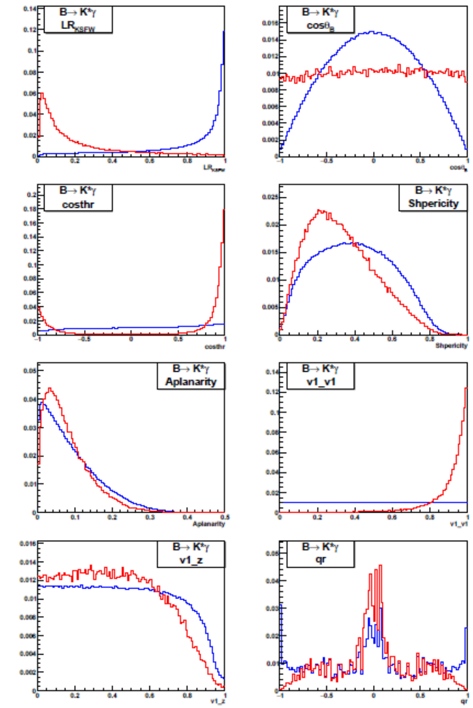
背景事象

多変数解析(Multivariate Analysis)

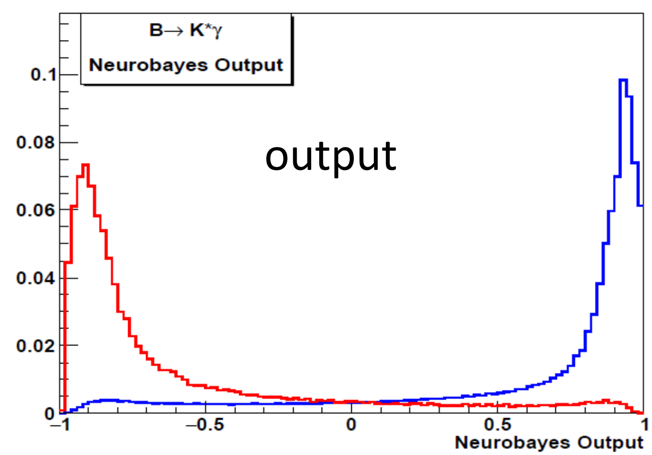
- Event shape 変数に相関がある場合には単純にそれぞれの変数をカットしても効率的では無い
  - Event shape 変数は ΔE. M_{bc} などのシグナルを選ぶ変数と相関を持ってはならない
- そのような場合には複数の変数の相関を考慮して、分離を最大化するソフトウェアを使う
  - NeuroBays
    - Neuralnetの一種。
    - Belle で使っている
  - Boosted Decision Tree
    - square cut をものすごく細かく場合分けして書ける。
    - CDF, D0, ATLAS, CMS, LHCb, Belle などで使っている
  - Google TensorFlow
    - Deep learning の一種
    - 最近、高エネでも使おうとしている
  - 自分で考えなくても勝手に最適化してくれるので便利



input



NeuroBays

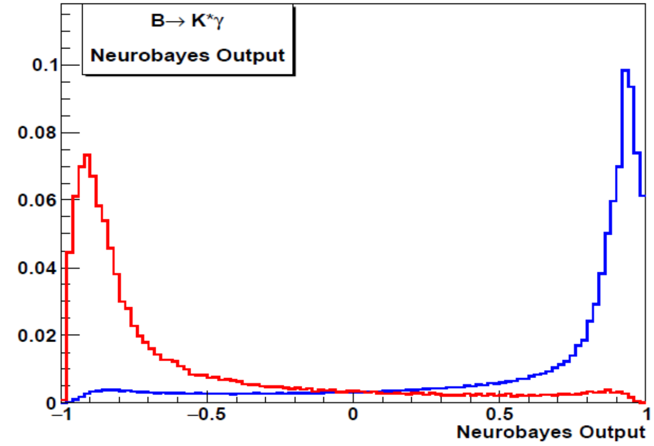


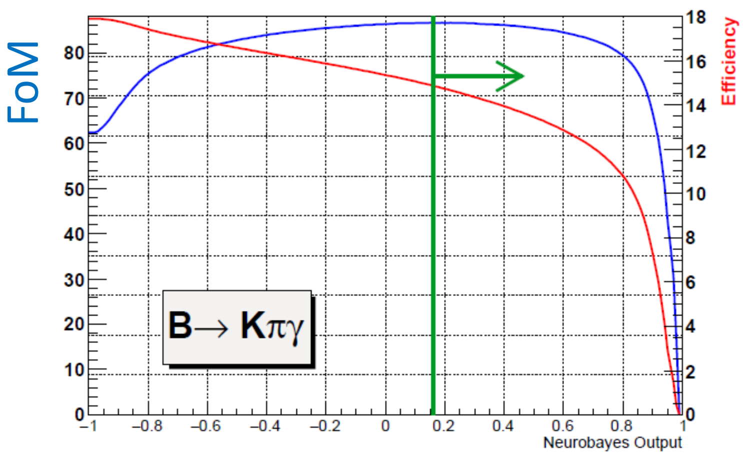
カットの最適化

- Figure of Merit (FoM)
  - FoM最大化 → 統計誤差を最小にする

$$N_{sig}/\sqrt{N_{sig}+N_{BG}}$$

- 横軸を NeuroBays のカット値、縦軸を FoM として最適な カット値を決める

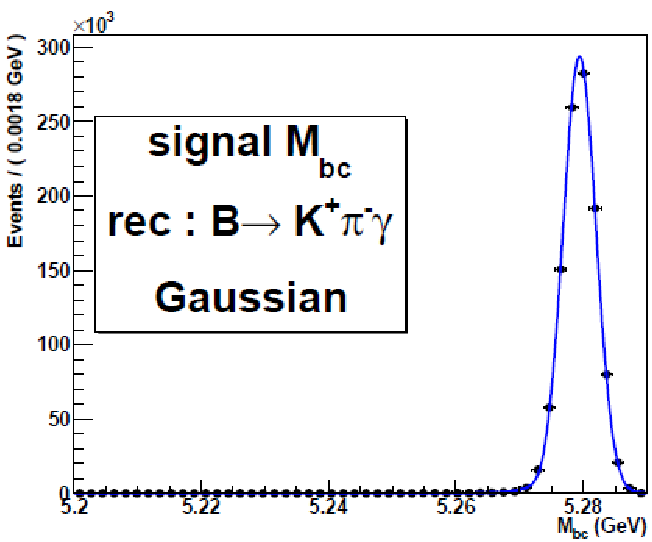


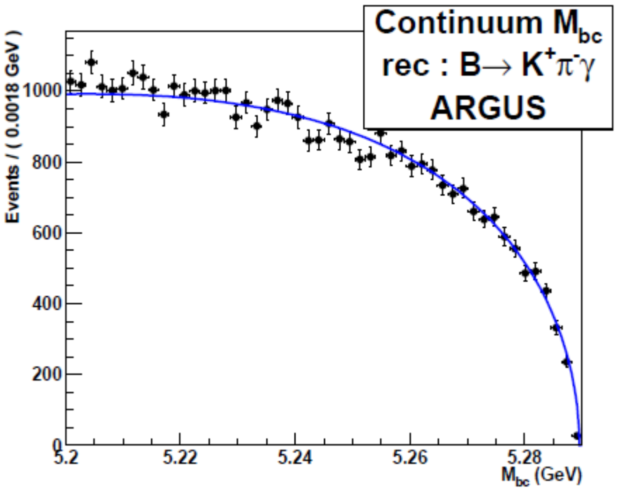


シグナルの抽出

- 背景事象を抑制しても、シグナルと完全に分離出来るわけではない
- そのような場合は統計的に分布を fit して、シグナル成分のみを抽出する。
  - たとえば χ^2 を用いた fit
- Mbc 分布のシグナルの形状と背景事象(qq)の形状をもってくる
  - シグナル : Gauss function
  - qq : ARGUS function

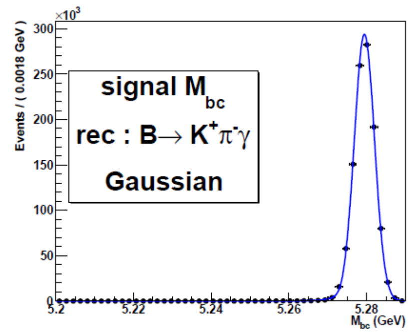
$$f_{ARGUS}(x) = x \cdot \left\{1 - \left(\frac{x}{m_0}\right)^2\right\}^p \cdot \exp\left[-c\left\{1 - \left(\frac{x}{m_0}\right)^2\right\}\right]$$

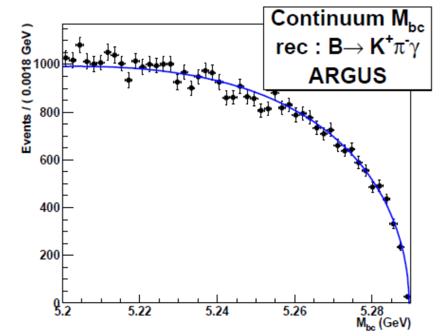




シグナルのフィット

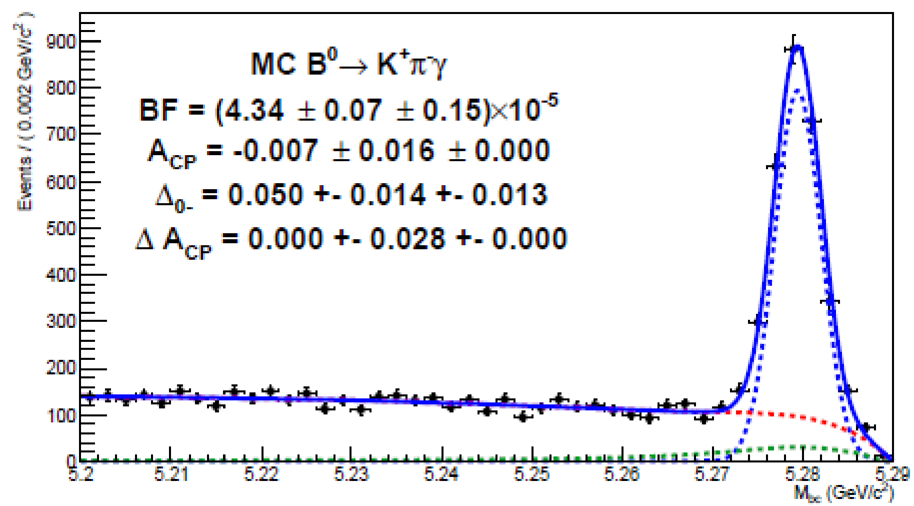
- シグナル･背景事象の形状を規格化して１にする。
  - これを Probability Density Function (PDF) と呼ぶ
- そしてその高さを変えて、χ^2が最小になるところを探す
  - ROOT もしくは Minuit が勝手に計算してくれます
- そしてシグナル数に関する結果が得られる
  - N_{sig} = x ± dx
  - N_{qq} = y ± dy
- そこから崩壊分岐比を抽出したり、他の分布の解析を行う。





MCで得られた PDF

データに対してフィット



まとめ

- 素粒子物理実験の解析は特殊相対論(+量子力学)
- シグナルの再構成は4元運動量を足したり2乗したりするだけ
- 背景事象は多変数解析で抑制する
- シグナルの抽出は分布をフィットすることによって行う