

# 高エネルギーハドロン衝突の QCD物理

#### 2017年 12月 5-7日 神戸大学 山崎祐司 yamazaki@phys.sci.kobe-u.ac.jp

#### 講義の内容

1. ハドロン散乱の基礎過程

ソフトな散乱とハードな散乱、様々なプロセス

2. パートン密度

フォーマリズム、電子・陽子散乱による測定、解釈

- ハードな散乱と摂動論的QCD ジェットと破砕化,高次の摂動計算入門, *a<sub>s</sub>* 測定
   談話会:「LHC 陽子散乱の理解と QCD: トップクォーク,新物理探索を例にとって」
- 5. ソフトな散乱 (+3. の続き)

全断面積,回折散乱,多重パートン散乱

6. 回折散乱の摂動論的理解

回折散乱の実験・解析手法、前方粒子生成

# 固定標的実験での陽子構造測定



- Q<sup>2</sup> が大きくなる
   と波長が短くなる
  - 細かい内部構造 が見えてくる
  - グルーオンが クォーク・ 反クォーク対に 分解してできる 「Sea (海) クォーク」

## クォークが「見える」条件

- 閉じ込めにより、クォークは外には出てこないが 「見る」ことはできる
- 高いエネルギーの散乱(短い波長)で見れば,  $\alpha_s$ が小さくなって, 見えるようになる
  - 電子·陽子散乱(深非弾性散乱, deep inelastic scattering, DIS)
  - ハドロン同士のパートン散乱:
     いわゆる「ハード」な散乱
     横運動量が大きい



クォークとグルーオン

- クォークと電磁気 (γ) u-type (e<sup>2</sup> = 4/9) d-type (e<sup>2</sup> = 1/9)
- W<sup>±</sup>: u, d 同じ電荷
- Z<sup>0</sup>は複雑



- グルーオン
   クォーク間の相互作用
   電弱相互作用との違い:
  - 結合定数がむちゃくちゃ大きい
  - 自己結合する
     (非可換群の性質,
     弱ゲージボゾンも同じ)





## 陽子の構造, どうやって調べるか







放射光の回折パターン





鳥インフルエンザウィルス



Rutherford 散乱の再現 (Rutherford 研究所)



光学顕微鏡 ≶ 0.01 m Crystal 電子顕微鏡 1/10,000,000 10<sup>-9</sup> m X線発生器 Molecule 放射光 1/10 10<sup>-10</sup> m  $\alpha, \beta$ 線(同位体 Atom 元素の崩壊) 1/10,000  $10^{-14}$  m 電子ビーム Atomic nucleus 重イオンビーム 1/10  $10^{-15}$  m 電子·陽子衝突 Proton 散乱 HERA 1/1,000 < 10<sup>-18</sup> m Electron, Quark

6

素過程:電子・クォーク散乱

e(k')e(k)• 計算の方法はフェルミオン同士の散乱 (例:電子・電子散乱)などと同じ 電荷だけ違う  $e_{q}^{2}e^{2}$ 素過程の  $\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi\hat{s}} \cdot 2e_q^2 e^4 \cdot \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2}$ 散乱断面積  $q(p_q = \xi p$ p(p)DIS変数の定義  $s = k \cdot p, \ Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2$  $x = \frac{Q^2}{2 p \cdot q}, \quad y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k}, \quad sxy = Q^2$ 

s: 陽子と電子の重心系エネルギー

Q<sup>2</sup>:電子からの運動量移行(仮想光子経由)の 自乗の負数 質量は負だが正になるように定義

**素過程:電子・クオーク散乱**  
DIS変数の定義  

$$s = k \cdot p, Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2$$
  
 $x = \frac{Q^2}{2p \cdot q}, y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k}, sxy = Q^2$   
 $x: 7 - 7$ の運動量と関係ある量:結論から言うと、  
もし始状態、終状態のクォークの質量が無視できるなら、  
 $x \text{ は } 7 + -7$ の陽子に対する運動量比 $\xi = p_q/p$  と一致  
 $\hat{s} = 2k \cdot p_q = 2\xi k \cdot q = \xi s = \xi \frac{Q^2}{xy}$ だが、 $m_q^2 = p_q^2 = p_q'^2 = 0$  なら、  
 $p'_q^2 = (p_q + q)^2 = q^2 + 2p_q \cdot q = -2xp \cdot q + 2\xi p \cdot q = 2p \cdot q(\xi - x) = 0$   
よって、 $x = \xi, \hat{s} = \frac{Q^2}{y} = xs$ となり、上の結論が成り立つ  
※  $x$  は電子と「当たった」 $7 + -70$ の運動量比

素過程:電子・クオーク散乱

 計算の方法はフェルミオン同士の散乱 (例:電子・電子散乱)などと同じ 電荷だけ違う

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi\hat{s}} \cdot 2e_q^2 e^4 \cdot \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2}$$

DIS変数の定義

$$s = k \cdot p, \ Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2$$

$$x = \frac{Q^2}{2p \cdot q}, \quad y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k}, \quad sxy = Q^2$$

$$\hat{s} = 2k \cdot p_q = 2\xi k \cdot p = \xi s = \xi \frac{Q^2}{xy},$$



10

$$\hat{u} = (p_q - k')^2 = 2p_q \cdot k' = 2\xi p \cdot (k - q) = 2\xi p \cdot k(1 - y) = \hat{s}(1 - y)$$

電子・クオーク散乱から電子・陽子散乱へ

代入すると  $eq \rightarrow eq$ の断面積は  $\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2 e_q^2}{Q^4} [1 + (1-y)^2]$ 

本物の陽子はたくさんのクォークが入っているから,その ように式を変えないといけない。

一個の点粒子の「構造」関数を  $\hat{F}_2(x) = xe_q^2 \delta(x-\xi)$ のように定義

ここで、 $\delta(x - \xi)$ を付け加え、電子の kinematics から期待される運動 量比と、実際にクォークが持つ運動量比とが等しい場合にのみ散乱、 と考えると

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2} = \int \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} [1 + (1 - y)^2] \frac{1}{2} e_q^2 \delta(x - \xi) \, dx$$

電子・陽子散乱の断面積  

$$\frac{d^{2}\hat{\sigma}}{dxdQ^{2}} = \frac{4\pi\alpha^{2}}{Q^{4}} \left[ 1 + (1-y)^{2} \right] \cdot \frac{1}{2} e_{q}^{2} \delta(x-\xi)$$

$$\subset \subset \propto e_{q}^{2} \delta(x-\xi) = \hat{F}_{2} \ \forall \ \forall \ \forall \ \forall \ q \ e_{q}^{2} e^{2}$$

$$= \frac{4\pi\alpha^{2}}{xQ^{4}} \left( 1 - y + \frac{y^{2}}{2} \right) \hat{F}_{2}$$

 $\hat{F}_2$ を $\xi$ で積分したものを陽子の構造関数  $F_2(x)$ とすると

$$F_{2}(x) = \sum_{q,\overline{q}} \int_{0}^{1} d\xi q(\xi) x e_{q}^{2} \,\delta(x-\xi) = \sum_{q,\overline{q}} e_{q}^{2} x q(x) \quad \exists \neg \neg \downarrow \\ s = k \cdot p, \ Q^{2} = -q^{2} = -(k-k')^{2} \\ \frac{d^{2}\sigma}{dxdQ^{2}} = \frac{4\pi\alpha^{2}}{xQ^{4}} \left[ \left( 1 - y + \frac{y^{2}}{2} \right) F_{2}(x,Q^{2}) \right] \quad x = \frac{Q^{2}}{2p \cdot q}, \ y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k}, \ sxy = Q^{2}$$

電子が「直接」クォークをたたく場合にはQ<sup>2</sup>には依存しないが,たたく 前に粒子を放出するとδ(x-ξ)が複雑な関数になり,依存するようになる(このあとすぐ)

- 実際の意味:クォーク が電子に散乱される前 に粒子(たいていグ ルーオン)を放出する と,xと ξとは等しく なくなる
- x x become becom
- もし仮想光子とクォークとの反応が一瞬で起きるとすると、ククォークはその間に他の陽子中のクォークと反応したり、粒子を放出する暇なく、自由粒子として振る舞うと仮定できる(上図の左)。このようなモデルをクォーク・パートンモデル(QPM)という。
- すると、構造関数  $F_2$  = クォークの電荷密度 は  $Q^2$  に依らない (有名な Bjorken スケーリング)が、実際には依る(右図)。

# 固定標的実験での陽子構造測定



- Q<sup>2</sup> が大きくなると 波長が短くなる
  - 細かい内部構造
     が見えてくる
  - グルーオンが クォーク・ 半クォーク対に 分解してできる 「Sea (海) クォーク」

HERA実験までのクォーク分布



固定標的ではわからなかった,
 低い運動量比(小さい x)での構造は? 15





#### ドイツ・ハンブルク市西のDESY研究所にある

#### 加速器:陽子(上段),電子の2階建て 陽子を曲げる磁場は超伝導磁石



#### HERAでの構造関数測定





0,2

10<sup>-5</sup>

10<sup>-4</sup>

- 的に作られている。
- この振る舞いは、有名な DGLAP (Dokschitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi) 発展方 程式により予言されていた。

摂動論的QCDに基づいている。

Momentum fraction x Quark density decreasing at high-x with  $Q^2$ 

10<sup>-2</sup>

10-1

10<sup>-3</sup>



- 構造関数が非常に精 度よく求まっている (LHCへの準備がで きた!)
- DGLAP方程式で予言 された,クォークと
   グルーオンの動的な 生成が見て取れる
  - F<sub>2</sub>の傾きからグ ルーオン分布が求 まる。





- グルーオンは直接の測定ではないが、DGLAP 方程式を <sup>×</sup>
   用いて精度よく決めることができる
- 低い *x* の領域ではグルーオンの量が圧倒的に多い
- HERAの測定で精度が飛躍的に上がった

# DGLAP 方程式によるフィット(1)

• LO DGLAP 方程式

 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\log(t/\mu^2)} \stackrel{f_q(x,t)}{\longleftarrow} = \int_x^1 \frac{\mathrm{d}z}{z} \frac{\alpha_s}{2\pi} \stackrel{P_{qq}(z)}{\underset{f_q(x/z,t)}{\longrightarrow}} + \int_x^1 \frac{\mathrm{d}z}{z} \frac{\alpha_s}{2\pi} \stackrel{P_{gq}(z)}{\underset{f_g(x/z,t)}{\longrightarrow}} + \int_x^1 \frac{\mathrm{d}z}{z} \frac{\alpha$ 

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\log(t/\mu^2)} \stackrel{f_g(x,t)}{\longrightarrow} \stackrel{g}{\longrightarrow} = \sum_{i=1}^{2n_f} \int_x^1 \frac{\mathrm{d}z}{z} \frac{\alpha_s}{2\pi} \stackrel{P_{qg}(z)}{\underset{f_q(x/z,t)}{\longrightarrow}} + \int_x^1 \frac{\mathrm{d}z}{z} \frac{\alpha_s}{2\pi} \stackrel{P_{gg}(z)}{\underset{f_g(x/z,t)}{\longrightarrow}} \stackrel{g}{\longrightarrow}$$

 ということは、グルーオンの量は  $F_2$  の  $Q^2$  slope クオークの量は  $F_2$  の大きさそのものできまる
 ただし電荷の不定性あり (up-type, down-type)

# **Altarelli-Parisi splitting functions**

$$\hat{P}_{qq}(z) = C_F \left[ \frac{1+z^2}{1-z} \right] : q \to q(g)$$

$$\hat{P}_{gq}(z) = C_F \left[ \frac{1+(1-z)^2}{z} \right] : q \to g(q)$$

$$\hat{P}_{qg}(z) = T_R [z^2 + (1-z)^2] : g \to qq$$

$$\hat{P}_{gg}(z) = 2C_A \left[ \frac{z}{1-z} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right] : g \to gg$$

$$C_F = \frac{4}{3}, C_A = 3, T_R = \frac{1}{2}$$

Gluon が断然放射

 $g \rightarrow qq$  は発散なし、それ以外は infrared divergence @ z=1 or 0

# **DGLAP** 方程式によるフィット (2)

- アイソスピン (u, d の比): 荷電カレントによる算出
  - 固定標的ではニュートリノ散乱  $\nu N \rightarrow \ell N' X$
  - 高エネルギーでは電子散乱  $eq \rightarrow v_e q'$  (終状態がジェットだけ)

$$\frac{d^{2}\sigma(e^{-}u \rightarrow vd)}{dxdQ^{2}} \propto \frac{G^{2}s}{4\pi^{2}}$$

$$\frac{d^{2}\sigma(e^{-}\bar{d} \rightarrow v\bar{u})}{dxdQ^{2}} \propto \frac{G^{2}s}{16\pi^{2}} (1 + \cos\theta)^{2} = \frac{G^{2}s}{4\pi^{2}} (1 - y)^{2}$$

$$\sigma^{CC}(e^{-}u) = A, \sigma^{CC}(e^{-}\bar{d}) = A(1 - y)^{2}$$

$$\Box = \nabla, \ F_{2}^{W^{-}} = 2x(u + \bar{d}), \ F_{3}^{W^{-}} = 2(u - \bar{d}) \succeq \forall \land \lt \succeq,$$

$$F_{2}, xF_{3} \notin \Pi \cup \neg \frac{d^{2}\sigma(e^{\pm}p)}{dxdQ^{2}} = \frac{4\pi\alpha}{xQ^{4}} [(1 + (1 - y)^{2})F_{2} \mp (1 - (1 - y)^{2})xF_{3}] \ dv \equiv dx \notin \nabla, \ e^{-}p$$

$$\sigma^{CC}(e^{-}u) \propto [1 + (1 - y)^{2}]2x(u + \bar{d}) + [1 - (1 - y)^{2}]2x(u - \bar{d}) = 2x \cdot u$$

$$\sigma^{CC}(e^{-}\bar{d}) \propto [1 + (1 - y)^{2}]2x(u + \bar{d}) - [1 - (1 - y)^{2}]2x(u - \bar{d}) = 2x(1 - y)^{2} \cdot \bar{d}$$

$$e^{+}p, e^{-}p \ m j = m j \lambda dx, \ cross \ section \ O \not\equiv b \wedge i \ xF_{3}^{CC} \propto u - \bar{d} - \bar{s} + c \dots \ dv \forall y \sqcup \exists \forall \delta.$$

$$\cdot \qquad m k = n \ \psi + p \ \nu \lor h \wedge i \ \gamma - Z \ \mp \ddot{w} = i \ \& \psi - i \ \varphi = i \ e^{-}p \ i \ \varphi = i \ \psi = i \ \varphi = i \ \varphi$$

# **Disentangling valence quarks**

- Valence quarks: carrying the quantum number of the proton
  - Fermion  $\rightarrow$  3 quarks
  - Charge +1 (Isospin  $+\frac{1}{2}$ )  $\rightarrow$  (uud)
- Sea quarks:  $u = \overline{u} = d = \overline{d} = \overline{s} = \overline{s}$
- Flavour decomposition by charged current (CC)
  - up-type quarks with  $e^-$
  - down-type quarks with  $e^+$
  - different scattering angle distribution for q and  $\overline{q}$





#### Example of the CC measurement

#### HERA e<sup>+</sup>p Charged Current

- Example:  $e^+p$  CC
  - $-\overline{u}, \overline{c}$  produced uniformly in angle
  - *d*, *s* : neutrino
     produced only in small
     scattering angle
  - Statistical error is large HERA-II analysis ongoing



# Neutral current (NC) with e<sup>+</sup> and e<sup>-</sup> beam: disentangling valence and sea

• Difference of e<sup>-</sup> and e<sup>+</sup> scattering gives amount of valence quarks  $\sigma(e^{-})-\sigma(e^{+}) \propto q - \overline{q}$ 

- From  $Z^0$  and  $Z^0-\gamma$  interference



- Precision improved with large HERA-II e<sup>-</sup> sample (130pb<sup>-1</sup>)
  - 16pb<sup>-1</sup> for HERA-I



# Valence quark from NC (cont'd)



Now ~  $100pb^{-1}$  for e<sup>+</sup>e<sup>-</sup> each, will be  $200pb^{-1}$  each

 $10^{-1}$ 

1

 $10^{-1}$ 

1

Х

1

 $10^{-1}$ 

ZEUS fractional uncertainty  $\mathbf{X}\mathbf{U}_{\mathbf{v}}$ xd<sub>v</sub> 1.5 0.5 -1 0.5 -0.5 -0.5 -1  $Q^2 = 10000 \text{ GeV}^2$ -1.5 -1<sup>L</sup> 0.4 0.6 0.8 0.20.40.6 0.8 **1** г xS xg ZEUS-pol (prel.) 0.5 ZEUS-JETS 0.5-0.5 -0.5 10<sup>-3</sup>  $10^{-2}$  $10^{.1}$  $10^{.2}$  $10^{-4}$  $10^{-4}$  $10^{-3}$  $10^{.1}$ х

Valence quark uncertainty reduced, in particular for u-quark

# NC/CC data and high-x pdfs

- NC/CC high- $Q^2$  data analysis finalised
- Combination of H1 and ZEUS data

PDF from HERA (without fixed target) but without these data



Give constraint also to valence quarks

# フィットの入力

- $Q^2 = Q_0^2$ で、クォーク、グルーオンがどれだけあるかわかっ ていたとする Σ(ξ,  $Q_0^2$ ),  $v(\xi, Q_0^2), g(\xi, Q_0^2)$
- Parameterisation のよくある形

 $\begin{aligned} f(x,Q_0^2) &= Ax^a (1-x)^b (1+\sum_{i=1}^n a_i T_i^{Ch}(y(x))) \ y = 1-2x^{0.5}, \\ T: Chebyshev \ polynomial \ (\mathsf{MMHT}) \\ f(x,Q_0^2) &= Ax^a (1-x)^b e^{c_1 x} (1+e^{c_2} x)^{c_3} \ \mathsf{CTxx} \end{aligned}$ 

- これを DGLAP 方程式を用いて (x, Q<sup>2</sup>) 平面で発展させると,
   全運動量平面での F<sub>2</sub>(x, Q<sup>2</sup>) が求まる
  - $g(\xi, Q^2)$ が大きければ,  $F_2$ はどんどん大きくなる
  - $q(\xi, Q^2)$ が大きければ、逆に小さくなる

#### グルーオンを直接測れないか?

- ・ 先ほどのF<sub>2</sub>の傾きを用いる方法は、理論を かなり仮定していた。
- グルーオンを光子でなくクォークを介して 「直接」たたく
- グルーオンの運動量:ジェットより逆算





10

15

20

25

30

- よく一致
- LHCの主な過程はジェット生成: これでまた安心(たぶん)
- LHCでもジェットでグルーオン密度を測れる

eをpに γがgに 33

35

40

E<sup>B</sup><sub>T.iet</sub> (GeV)

# Improvement in low-x region

- With charm data  $F_2^{cc}(x, Q^2)$ 
  - Charm quarks are mostly produced from gluons





c-quark

gluon 🔈

# NC/CC data and high-x pdfs

- NC/CC high- $Q^2$  data analysis finalised •
- Combination of H1 and ZEUS data •

 $\sigma^{-}_{r,CC}(x,Q^{2})$ 

H1 and ZEUS H1 and ZEUS 2010  $Q^2 = 1500 \text{ GeV}^2$  $O^2 = 300 \text{ GeV}^2$  $Q^2 = 500 \text{ GeV}^2$  $O^2 = 1000 \text{ GeV}^2$  $\sigma_{r,NC}^{\pm}(x,Q^2)$ 2 HERA I+II NC e<sup>+</sup>p (prel.) ── HERAPDF1.0 e<sup>+</sup>p June HERA I+II NC e<sup>-</sup>p (prel.) HERAPDF1.0 e<sup>-</sup>p  $10^{2}$ (x170.0 0.5 0 rking Grou 0.08 (x50.0)  $Q^2 = 2000 \text{ GeV}^2$  $Q^2 = 3000 \text{ GeV}^2$  $O^2 = 5000 \text{ GeV}^2$  $Q^2 = 8000 \text{ GeV}^2$ 10 1 x = 0.13 (x20.0) HERA Inclusive x = 0.18 (x8.0) 0.5 1 x = 0.25 (x2.4) 0 10-2 10<sup>-1</sup> 10<sup>-2</sup> 10<sup>-1</sup>  $Q^2 = 30000 \text{ GeV}^2$ 0.8  $O^2 = 15000 \text{ GeV}^2$ х 10 x = 0.40 (x0.7) 0.6 HERA I+II CC e p (prel.) 0.4 HERAPDF1.0 x = 0.65 10 0.2 0  $10^{-2}$ 10<sup>-1</sup> 10<sup>-2</sup> 10<sup>-1</sup> 10<sup>3</sup> 10<sup>4</sup> 10<sup>5</sup>  $10^{2}$ х  $O^2/GeV^2$ 

Charged current  $e^-p$ 

Neutral current  $e^{\pm}p$ 

PDF from HERA

(without fixed target)

but without these data

Give constraint also to valence quarks

June 2010

HERA Structure Functions Working Group

# Improvement in high-x regime



- Valence: better constrained, especially the shape
  - N.B. it does not use fixed target data
- Glue larger uncertainty
  - 10 vs 14 parameter fit



• CMS inclusive jet





# HERA+CMS fit の結果



#### **Triple differential cross section**



# LHC forward jets

- Jet production is sensitive to parton densities
  - Forward jet: low-x gluons







#### vs POWHEG $\otimes$ PYTHIA (NLO interfaced to parton shower)

Forward cross sections are slightly lower than NLO

## Combined HERA+LHC fit using 2.76 TeV data



若干形が変わっている

# Strange quark from W/Z at the LHC

- No valence contribution for strange quark (perhaps)
  - No largely asymmetric configuration
  - Z production through Drell-Yan (annihilation) occurs more in central rapidity if s,  $\overline{s}(x)$  are larger



Data shows slight excess in central rapidity



# Strange from W+charm production

- Sensitive to strange quarks
- Slight enhancement on c over  $\overline{c}$



$$\begin{array}{c}
\overline{s, d} & W^{+} \\
\overline{s, d} & W^{+} \\
\overline{c} \\$$

MSTW off (assuming  $\bar{s}/\bar{d} \sim 0.5$ )

CT10 ~ OK

NNPDF (collider only) overshoots

ATLAS WZ feedback: consistent!



Another evidence: strange not suppressed

# Top quark cross section and pdf

- Top mass is hard to define (pole,  $\overline{MS}$  ...) and measure
- An idea is to fix mass (or  $\alpha_s$ ) by measuring top cross section



ATLAS-CONF-2013-099