

# 大強度陽子加速器

KEK/J-PARC

栗本 佳典

# 目標

- 大強度陽子加速器の物理や大強度達成のためのアクティビティ（の一部）や課題をJ-PARC Main Ring を例にとって話したい。

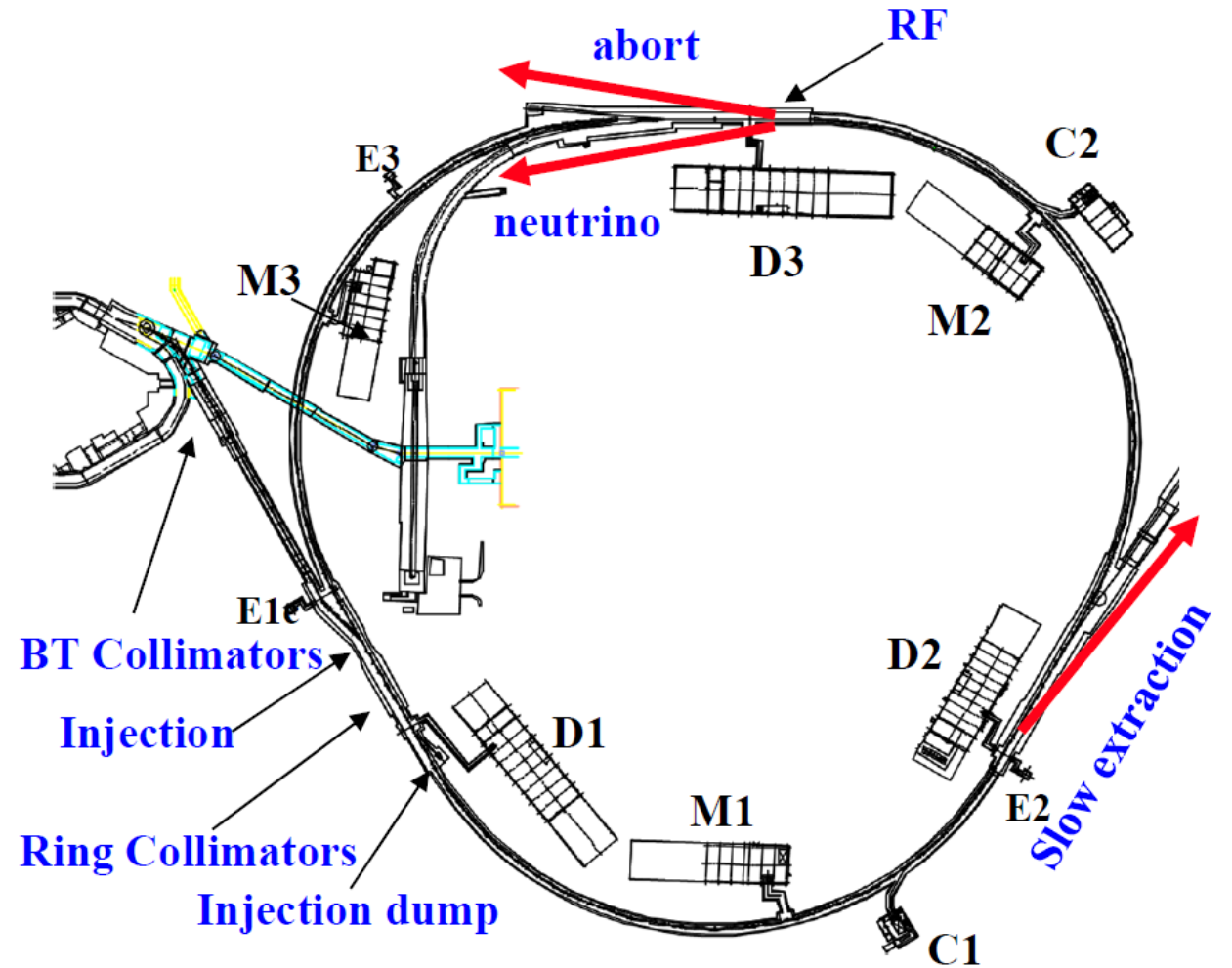
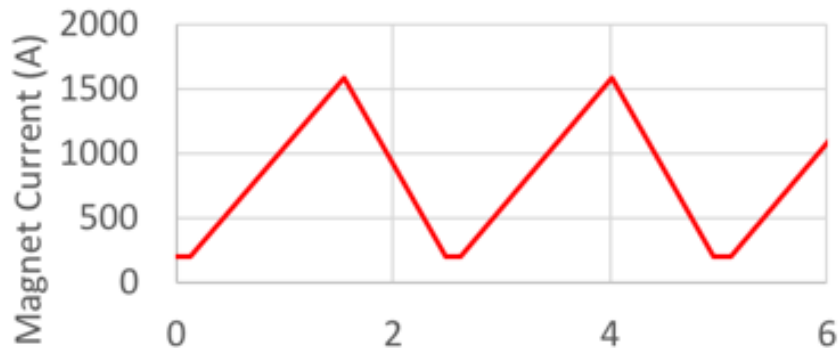
# 目次

- 単粒子ビーム力学
- ビーム粒子数増加で現れる現象と対策（装置）
- 繰り返し周期短縮によるビーム増強

# J-PARC Main Ring

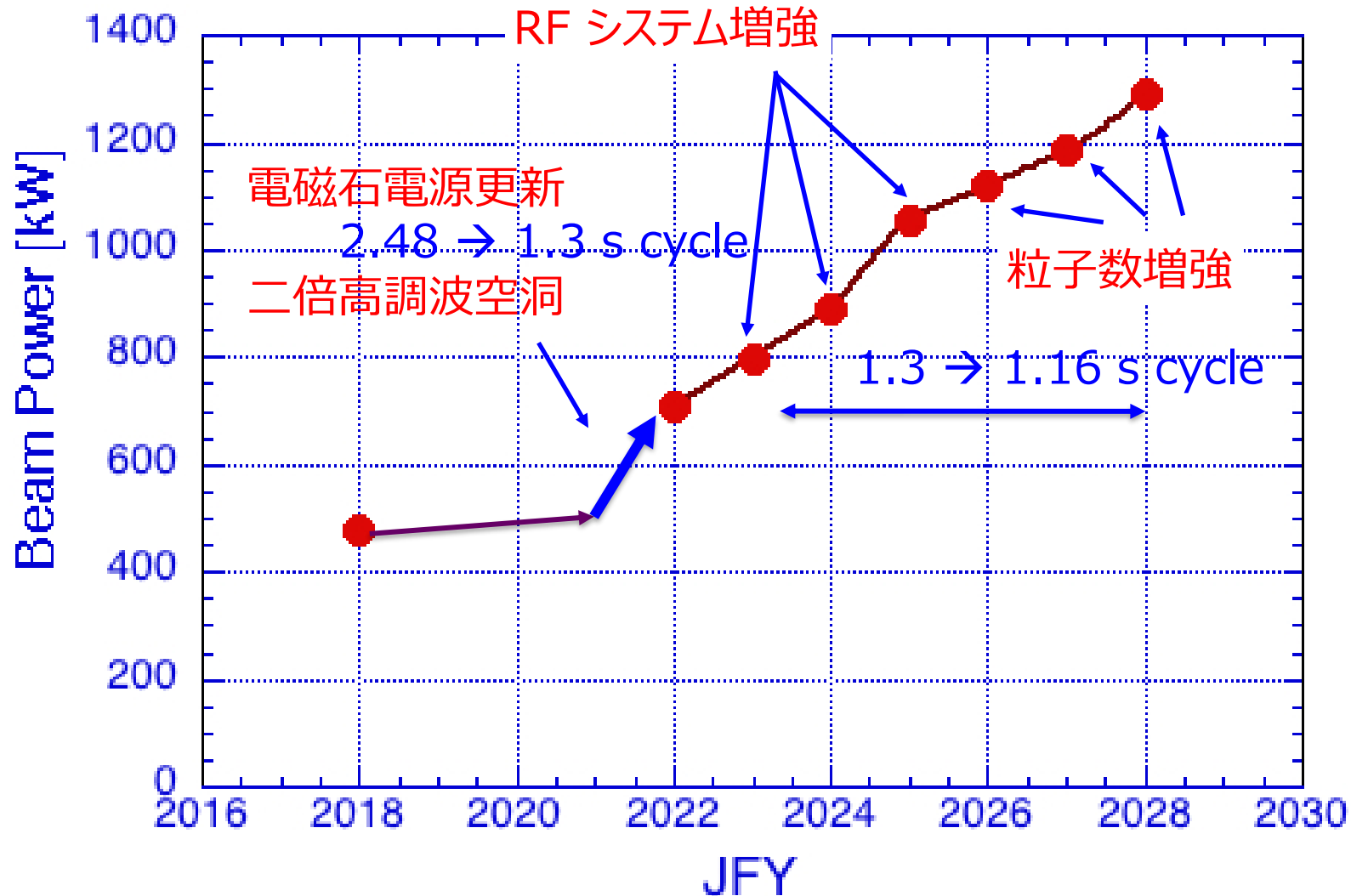
周長	1568 m
入射エネルギー	3 GeV
取り出しエネルギー	30 GeV
バンチ数	8
ビーム強度 (速い取り出し)	500 kW
ビーム強度 (遅い取り出し)	50 kW

$p = epB, \rho = \text{const.}$  より  
 運動量  $\propto$  磁場  $\propto$  電磁石電流  
 さらに、  
 加速電圧  $\propto$  磁場勾配



現在もビーム強度のアップグレード計画が進行中!!

# Main Ring 1.3 MWへのシナリオ



HKに1.3 MWのビームを供給するべく、様々なアップグレードが計画されている。

とくに、左に挙げた項目がなぜ必要かをビーム物理の観点から解説する。

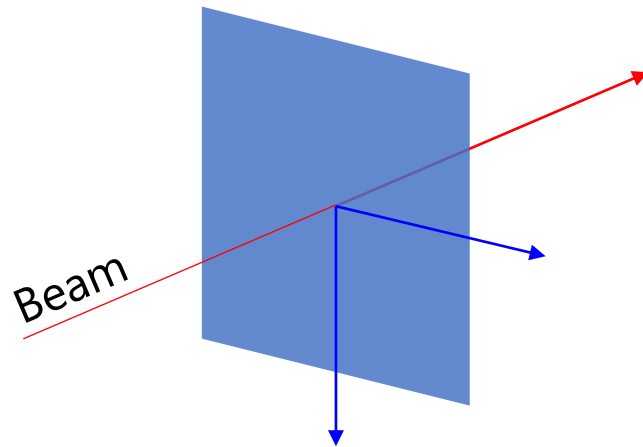
しかし、必要なアップグレードはこれだけではなく、

- 入出射パルス機器
- コリメータの増強
- ビーム位置モニタ回路の刷新

なども必須であり、計画されている。

# 単粒子力学

- 単粒子力学 = 外場（磁石磁場、加速空洞）のみによる粒子の運動。粒子同士の相互作用は無視できるとする。
- ビームが大強度化しても、単粒子力学の理解は（より）重要。



左図のように、**ビーム軸方向の運動**と**ビーム軸に垂直な面の運動**にわけて考える場合が多い。

そして、機器やグループもそうになっている。

# 横方向の運動 (1)

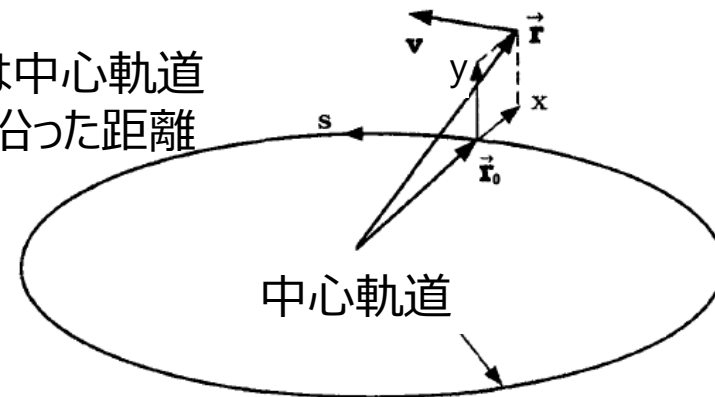
# ベータトロン振動

ビームの中心軌道に対して垂直な面での運動方程式とその解

$$\ddot{x}(s) + K_x(s)x(s) = 0$$

$$x(s) = \sqrt{\epsilon\beta(s)} \cos(\varphi(s) + \varphi_0)$$

sは中心軌道に沿った距離



個々の粒子は中心軌道の周りを振動している (ベータトロン振動)

$K_x(s)$ は四極磁場の強さを表す (正: 収束、負: 発散)。単振動 ( $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ ) を思い出すとイメージしやすい。s依存しているのは四極磁場が無い場所は $K_x(s) = 0$ であるし、ある場所でも符号や強さが違うからである。

一周回毎に何回ベータトロン振動するか

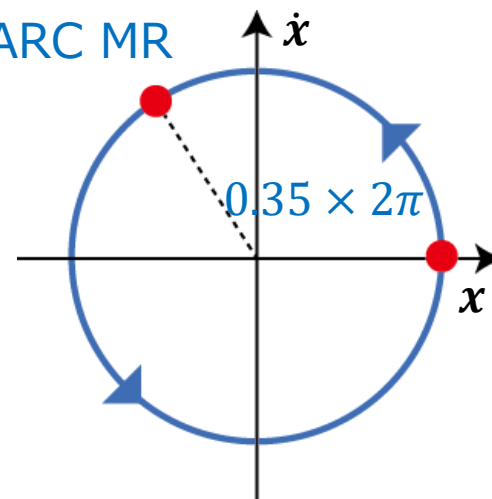
$$\nu = \frac{1}{2\pi} \oint \varphi(s) ds$$

ベータトロンチューン (以後チューンと呼ぶ)  
 $\nu_x, \nu_y$  二つ定義できる

例  $\nu_x = 21.35$  J-PARC MR

リング1周で、位相空間上では21周と0.35周する。

チューンは四極磁石の強さで変えられる。

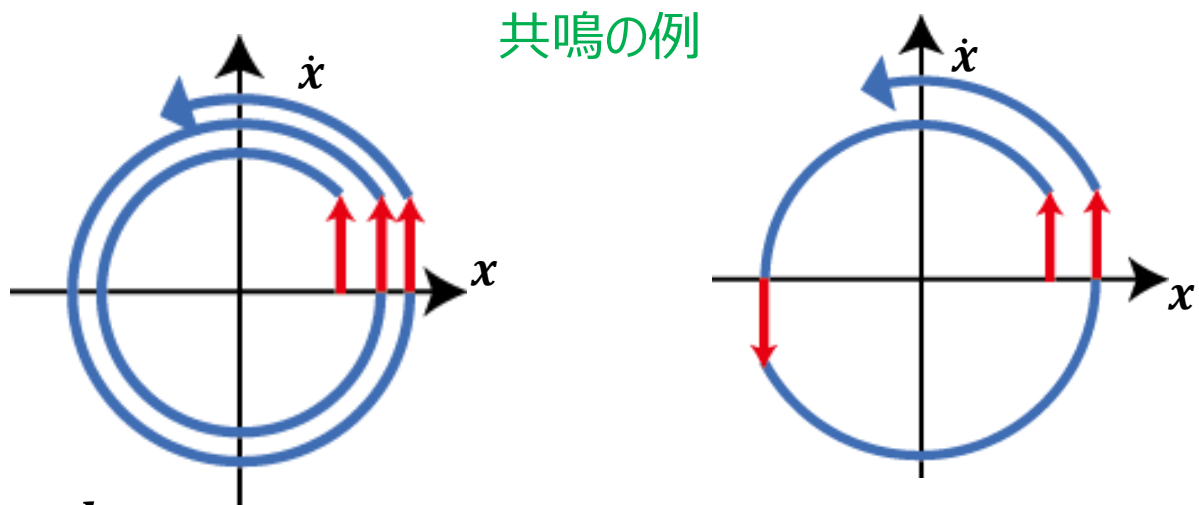


# 横方向の運動（２）ベータトロン共鳴

四極電磁石の強さを選び、共鳴条件を避けたい。

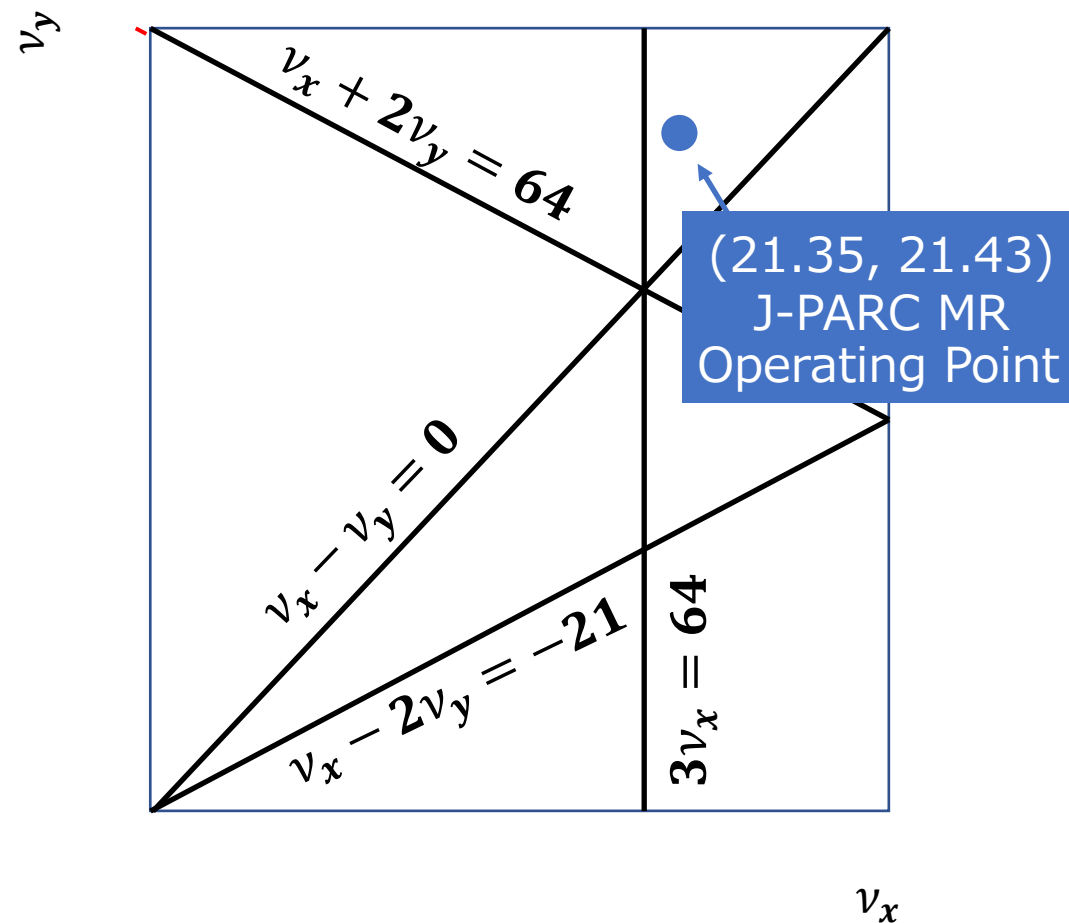
$$m\nu_x \pm n\nu_y = l \quad m, n, l: \text{整数}$$

共鳴の次数（ $m + n = 1, 2, 3 \dots$ ）によって、それぞれ二極、四極、六極…磁場の誤差を蓄積する（可能性がある）。



$\nu_x = l$   
周回毎に同じ位相に戻る → 二極磁場誤差  $\delta B_y = \cos nt$  を蓄積

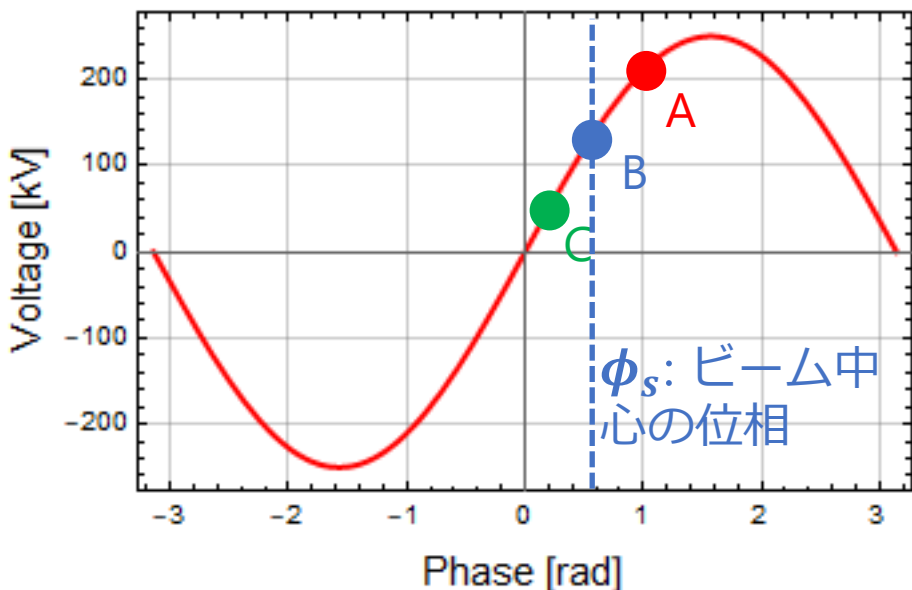
$2\nu_x = l$   
周回毎に $\pi$ 位相が変わる → 四極磁場誤差  $\delta B_y \propto x$  を蓄積



$\nu_x, \nu_y$ の二次元グラフに共鳴線を引き、そこに当たらないチューンに設定する。

# 縦方向の運動 (1) スリッページ

## 加速電圧波形



## 各粒子の運動量と加速電圧波形に対する位相の関係

$$\dot{\phi} = \omega_{RF} \eta \frac{\Delta p}{p}$$

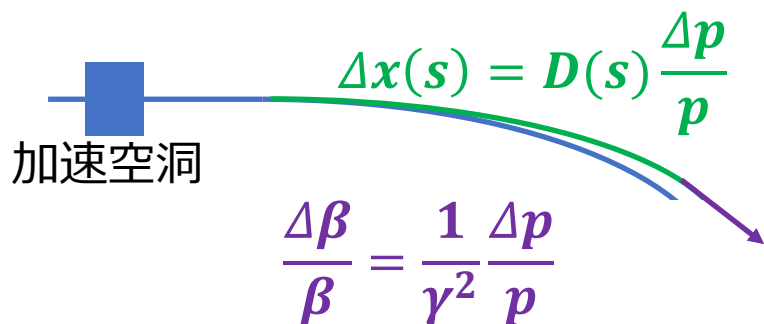
$\eta$  : スリッページファクタ

たとえば運動量大きい粒子は、「速度がより大きく」「軌道が変わる (分散関数)」。通常の加速器では、あるガンマ因子  $\gamma_T$  以下では前者の寄与が大きいため、周回時間は短く、 $\gamma_T$  以上では後者が大きいため周回時間は長くなる。この両方の寄与をスリッページファクタで表す。

$$\eta = -\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\gamma_T^2}$$

実は、J-PARC MR では、 $\gamma_T$  が虚数で常に  $\eta < 0$  である。

## 運動量ずれの影響



この時、B点 (ビーム中心) の周りの粒子ABは、

- A粒子 遅れてくる粒子はより加速され、**Bに近づく**
- C粒子 早く来る粒子の加速はより小さく、**Bに近づく**

→ビーム中心の周りで安定。どこまで中心から離れてよいのか？



# 縦方向の運動 (2) 位相安定性の原理

## 位相と運動量変化の関係 (前ページ)

$$\dot{\phi} = \omega_{RF}\eta \frac{\Delta p}{p} \quad \text{に加えて}$$

加速電圧と運動量変化の関係  $V \sin \phi_s$ : 平均加速電圧

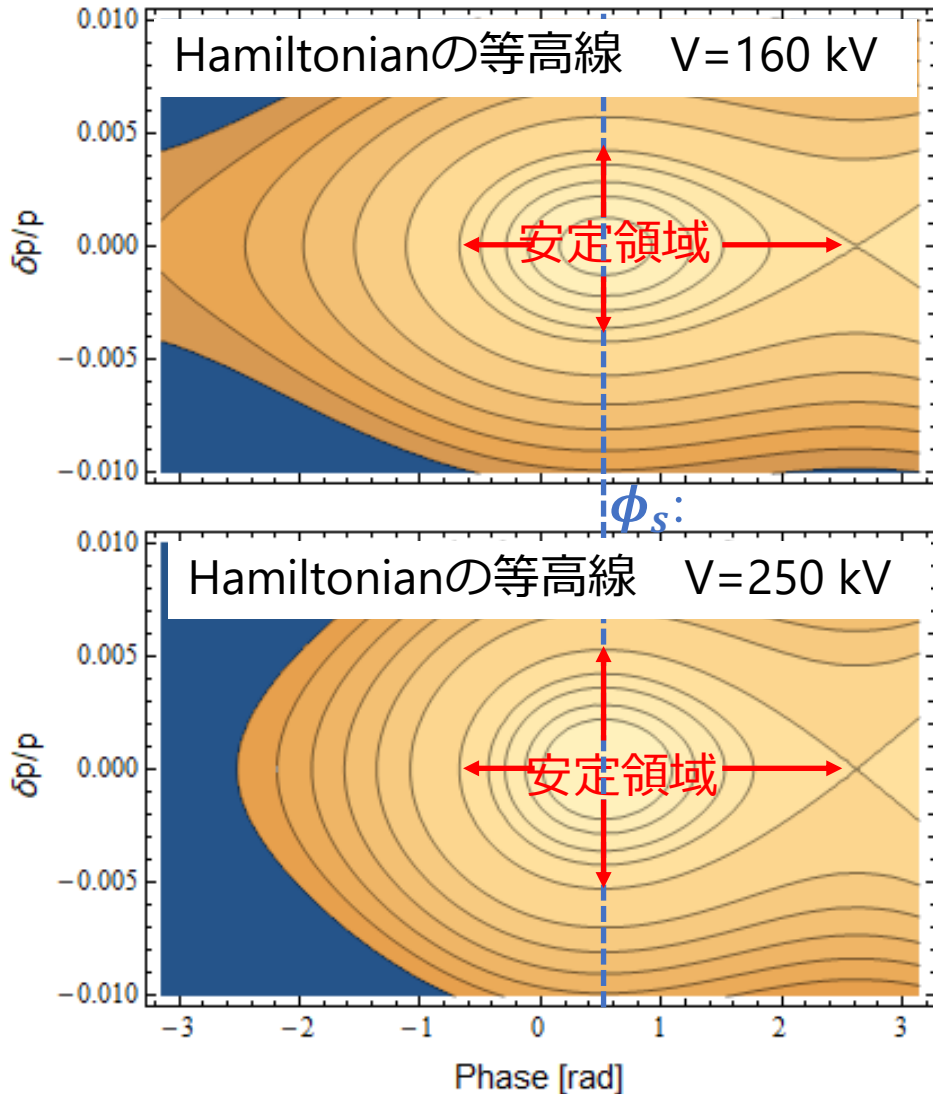
$$\dot{\delta} = \left(\frac{\Delta p}{p}\right) = \frac{1}{T_{1turn}\beta^2 E} eV(\sin \phi - \sin \phi_s)$$

の2式を $(\phi, \delta)$ を正準変数としたHamilton 方程式とみなしたHamiltonianが以下のようにかける。

$$H = \frac{1}{2} \omega_{RF}\eta \delta^2 + \frac{1}{T_{1turn}\beta^2 E} eV(\cos \phi - \cos \phi_s - (\phi - \phi_s) \sin \phi_s)$$

この等高線を書くと、 $\phi = \phi_s, \delta = 0$ の周りに楕円軌道 (シンクロトロン振動) が存在することが分かり、この領域の粒子 (バンチ) が安定に加速される。

右図より、加速電圧の振幅 $V$ が大きいほど安定領域が大きいことも分かる。



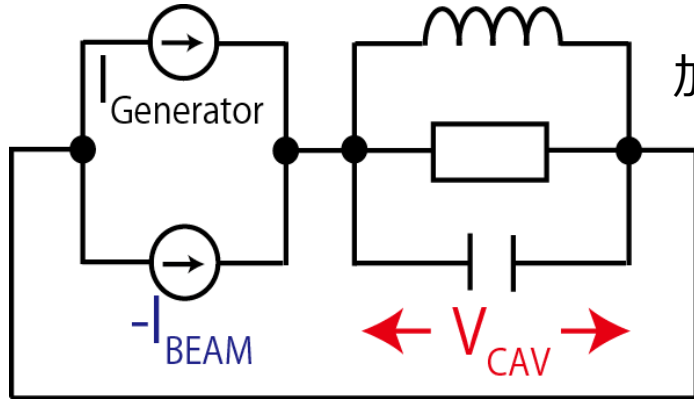
# ビーム大強度化で直面する現象と対策

- **ビームローディング**
- **空間電荷効果によるベータトロン共鳴**
- **ビーム不安定性**

これらの現象と戦いながら現在に至る。  
(これらはJ-PARC特有ではなく大強度加速器であれば必ず直面する問題)  
今回は前者2つを解説

# ビームローディング

加速空洞には電源電流以外にビームの鏡像電流が流れる。

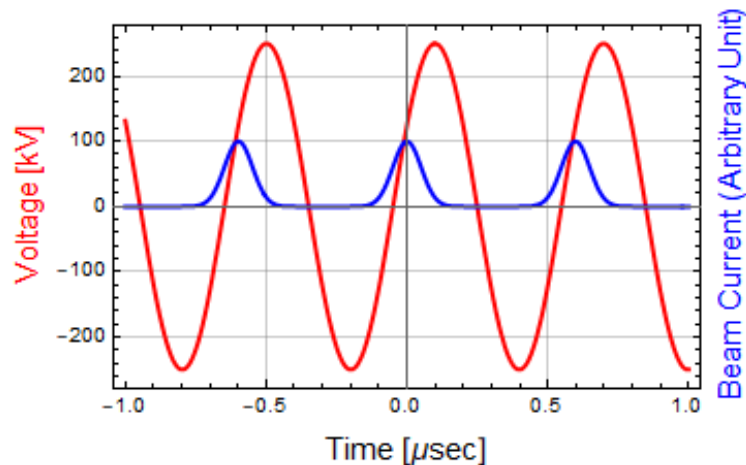


加速空洞のインピーダンス

$$R_{sh} \cos \psi e^{-i\psi}$$

$$\psi = \tan^{-1} 2RC(\omega - \frac{1}{\sqrt{LC}})$$

ビーム電流と加速電圧の(正しい)位相関係



$$V_{CAV} = V \sin(\omega_{RF}t + \phi_s)$$

$$\rightarrow \text{Re}(V e^{-i(\frac{\pi}{2} - \phi_s)})$$

$$I_{Beam} = I_{DC} + \sum_n I_n \cos n\omega t$$

$$\rightarrow \text{Re}(I_B e^{i0}) \text{ (近似)}$$

$I_{Beam} \sim 0$  の電源電流  $I_{Generator}$  は

$$\frac{V}{R_{sh}} e^{-i(\frac{\pi}{2} - \phi_s)} = I_0 e^{-i(\frac{\pi}{2} - \phi_s)}$$

空洞電圧  $V e^{-i(\frac{\pi}{2} - \phi_s)} = R_{sh} I_0 e^{-i(\frac{\pi}{2} - \phi_s)}$  はビーム電流に関わらず必要である。

$I_{Beam} \neq 0$  の時、 $I_{Generator} = I_G e^{i\theta_G}$  とおくと、

$$R_{sh} I_0 e^{-i(\frac{\pi}{2} - \phi_s)} = R_{sh} \cos \psi e^{-i\psi} (I_G e^{i\theta_G} - I_B e^{i0})$$

これを  $I_G$  について解くと、 $\tan \psi = -I_B \cos \phi_s / I_0$  のとき最小であることが分かる。

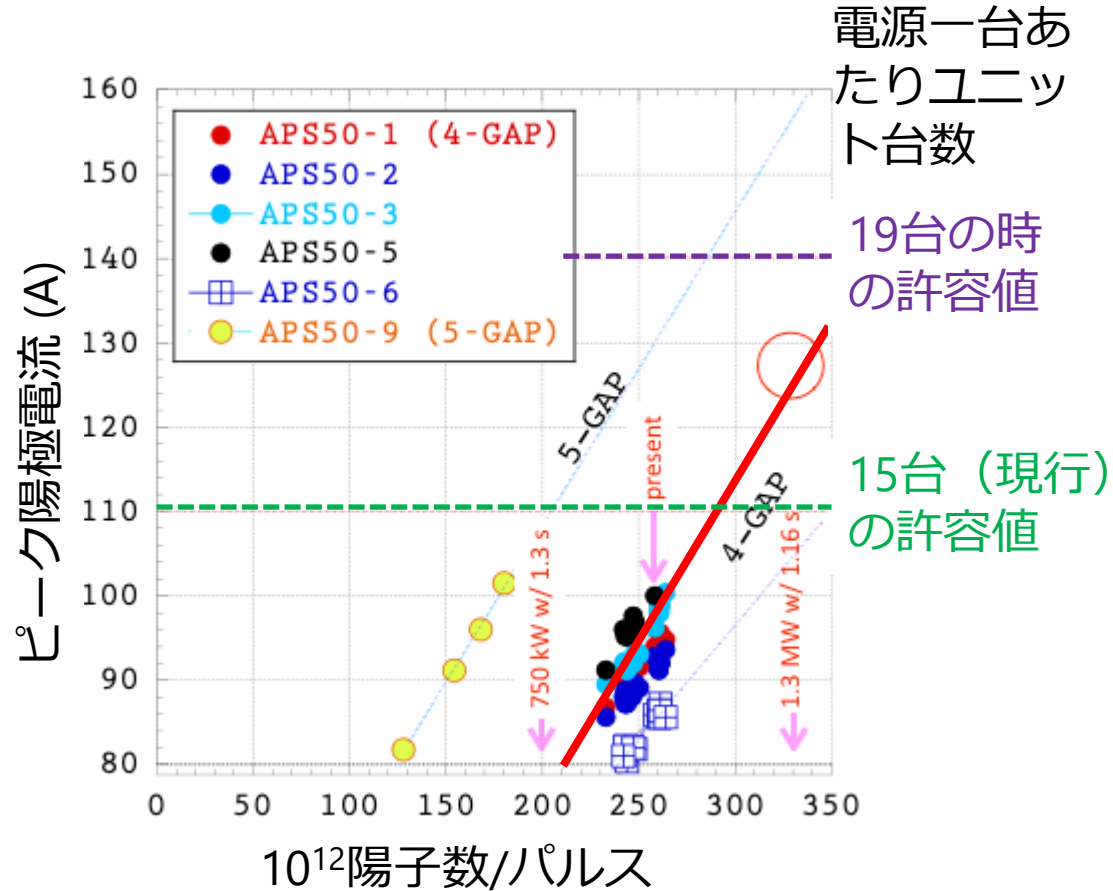
$$I_G = I_0 + I_B \sin \phi_s$$

- ビーム電流に比例した強力な高周波電源
- $I_G$  を正確に出力するRF制御

田村さん

Phys. Rev. Accel. Beams 22, 092001

# 陽極電源（RFドライバ）の電流値の ビーム強度依存性



- 加速空洞増設のシナリオは4GAP空洞がベース（赤線）
- 1.3 MW相当の粒子数を加速するには、電源の増強（インバータユニットを15台→19台）が必要であることが分かる。



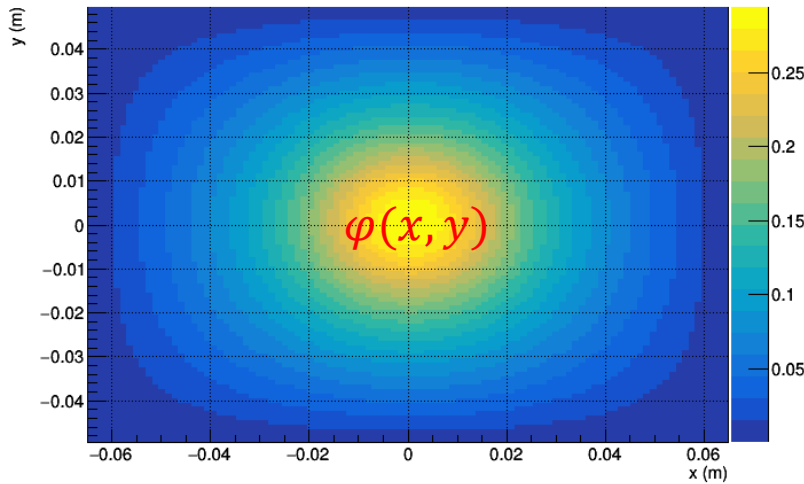
X 11台（最終の空洞台数分）

# 空間電荷効果によるチューンの変化

陽子自身が作るポテンシャルの影響が無視できない。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\varphi(x,y) = -\frac{\sigma(x,y)}{\epsilon_0}$$

$\sigma(x,y)$  : 電荷密度 (二次元)  
 $\varphi(x,y)$  : ポテンシャル  
 (poission方程式の解)



従って陽子は

$$-e \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) \lambda(z) u(x,y)$$

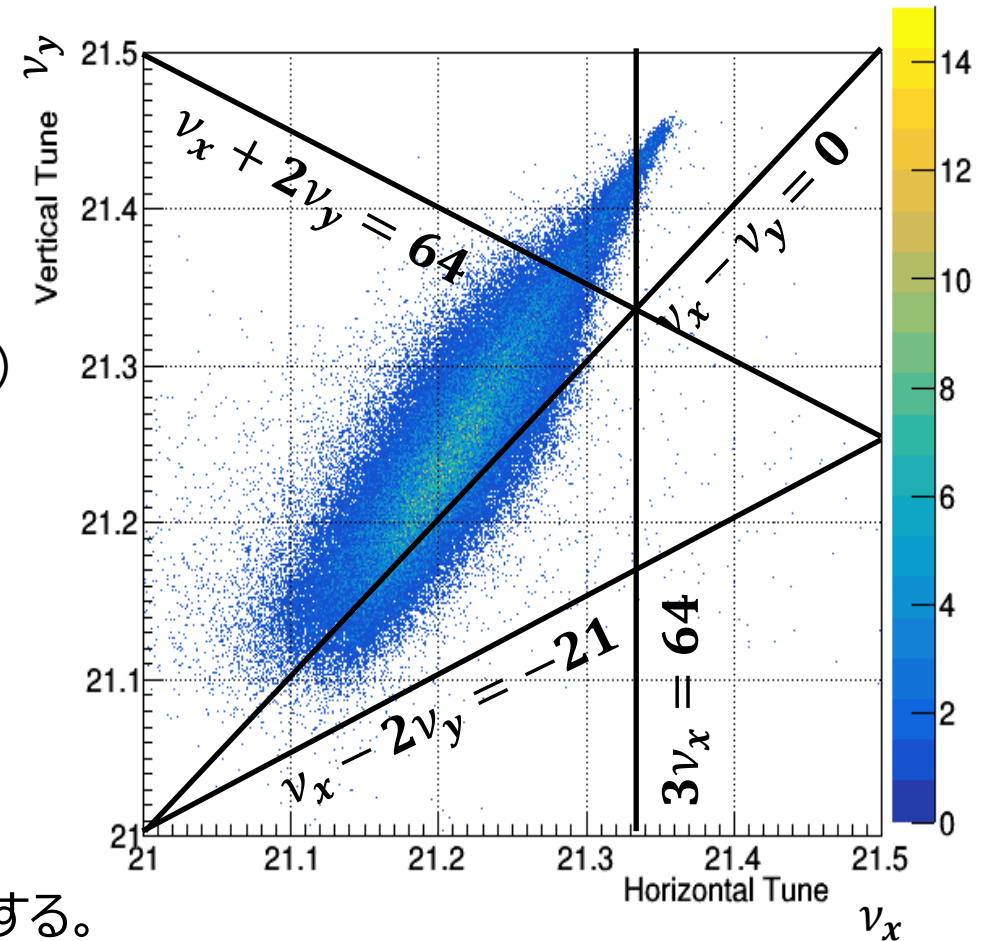
に比例する**発散力**を受ける

$\lambda(z)$  : 縦方向電荷分布

発散は位置 $xy$ に対して一般に非線形→**ダイアグラム上に広く分布**する。



- 二倍高調波空洞で縦方向にバンチを伸ばして $\lambda(z)$ を下げる。
- 補正磁石などで磁場誤差をキャンセルし共鳴を弱くする。



J-PARC MR 470 kW相当時の  
 チューン分布 (シミュレーション)

# 空間電荷効果への対策（1）

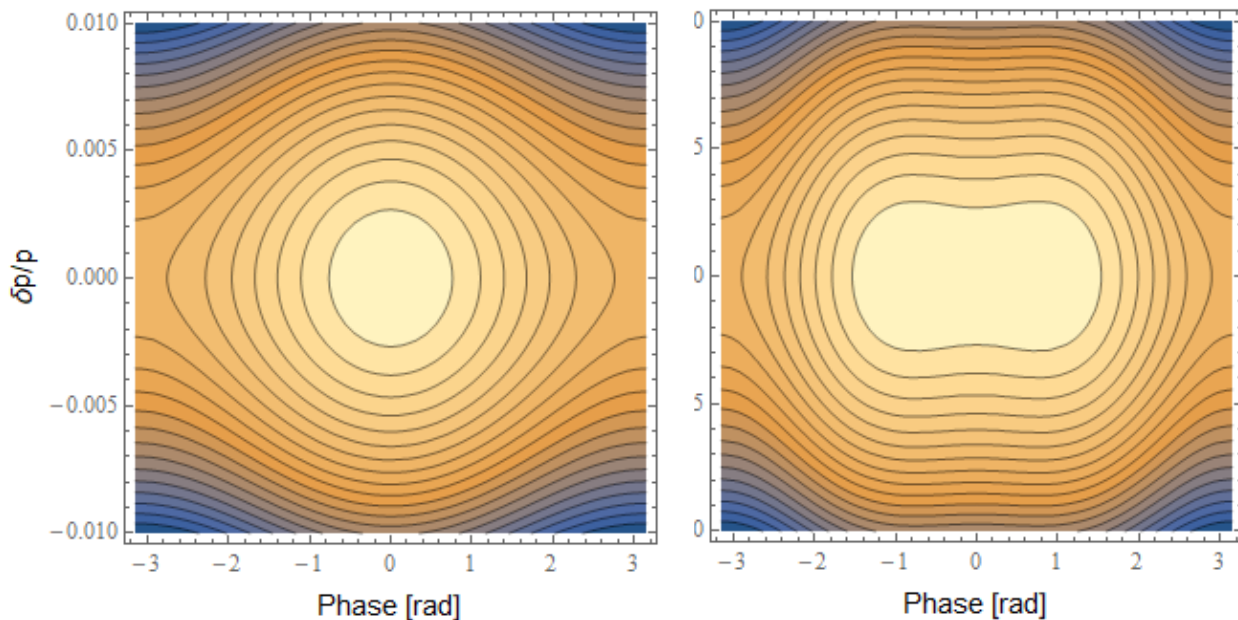
二倍高調波空洞によるピークビーム電流の低減

二倍高調波 $-V_2 \sin 2\phi$ を重畳したときのHamiltonian ( $\phi_s = 0$ )

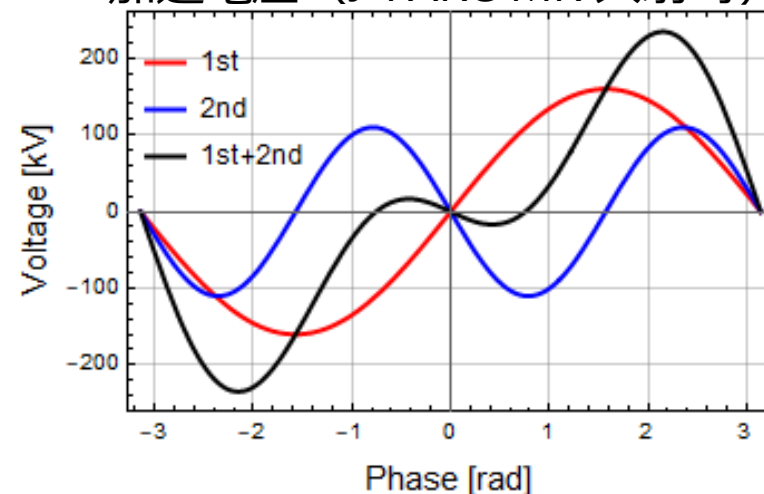
$$H = \frac{1}{2} \omega_{RF} \eta \delta^2 + \frac{1}{T_{1turn} \beta^2 E} e(V_1 \cos \phi - V_2 \cos 2\phi) + const$$

その等高線図より、安定領域を進行方向（位相方向）に伸ばせることがわかる。

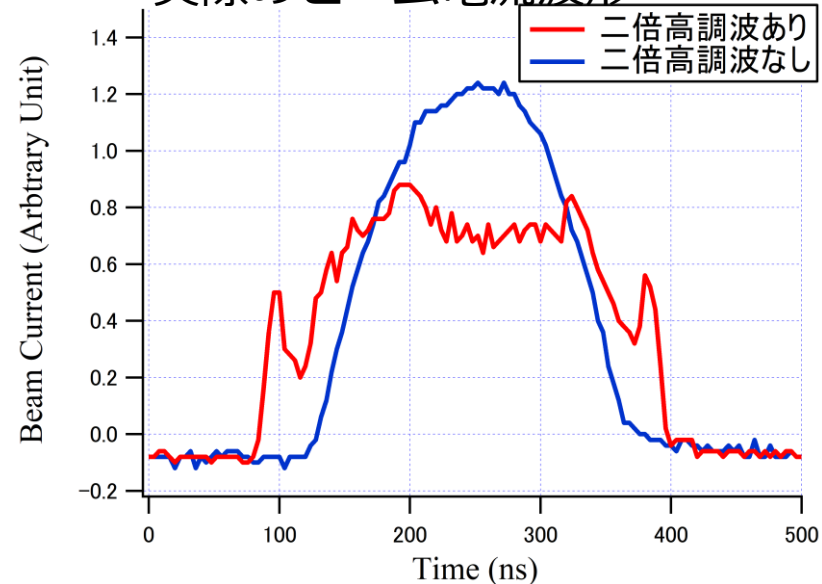
Hamiltonianの等高線 2<sup>nd</sup>なし（左） あり（右）



加速電圧（J-PARC MR 入射時）



実際のビーム電流波形



# 空間電荷効果への対策 (2)

非線形磁場による共鳴とその補正

横方向運動の方程式 (Cは周回長)

$$\ddot{x}(s) + \left(\frac{2\pi v_x}{C}\right)^2 x(s) = x^2(s) \sum_m a_m \cos\left(\frac{2\pi m}{C}s + \delta_m\right) + \dots$$
$$\sim A^2 \sum_m a_m \cos\left(\frac{2\pi}{C}(2v_x - m)s + 2\delta - \delta_m\right) + \dots$$

- 簡単のため左辺はチューン $v_x$ を使って単振動で近似
- 右辺は非線形項 (6極磁場に $x^2$ に比例する項が含まれる)
- 周回による繰り返しをフーリエ級数で表記

上式より3次共鳴条件 (固有振動数=強制振動の周波数)

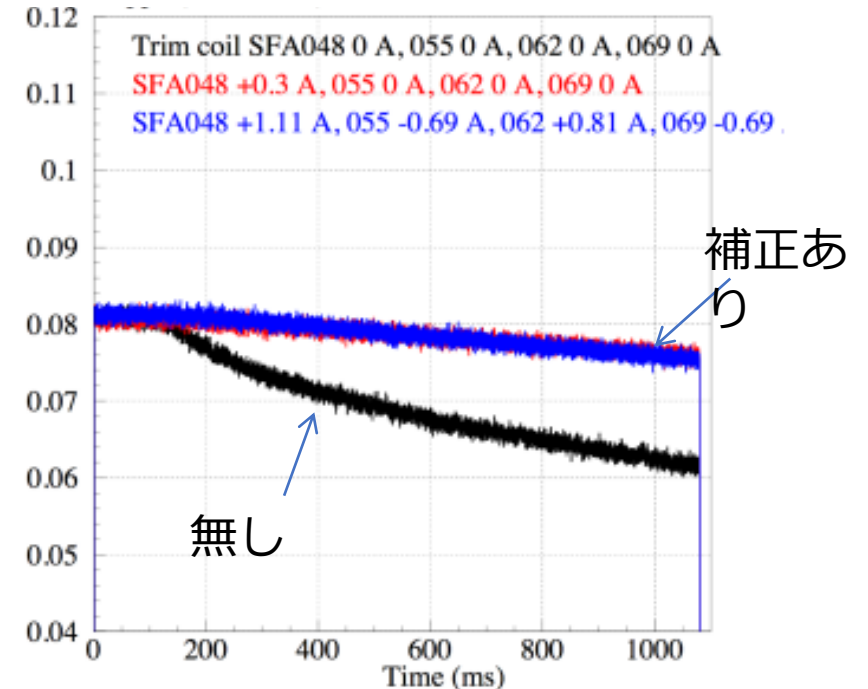
$$2v_x - m = \pm v_x \rightarrow 3v_x = m, v_x = m$$

が導かれた

従って、三次共鳴を消すために、**上式右辺を打ち消すような補正六極磁場を与える。**

六極補助コイルによるビーム生存率の向上

バンチ内粒子数 ( $10^{13}$ )



五十嵐さん, et.al, 加速器学会2015

# 空間電荷効果への対策 (3)

## 入射エネルギー増

空間電荷効果による発散力を正しく計算するには、電荷分布が作る電場だけでなく、ビーム電流分布が作る磁場の寄与も考慮に入れる必要がある。一様電荷分布 $\rho_p$ の時を考える

### ローレンツ力

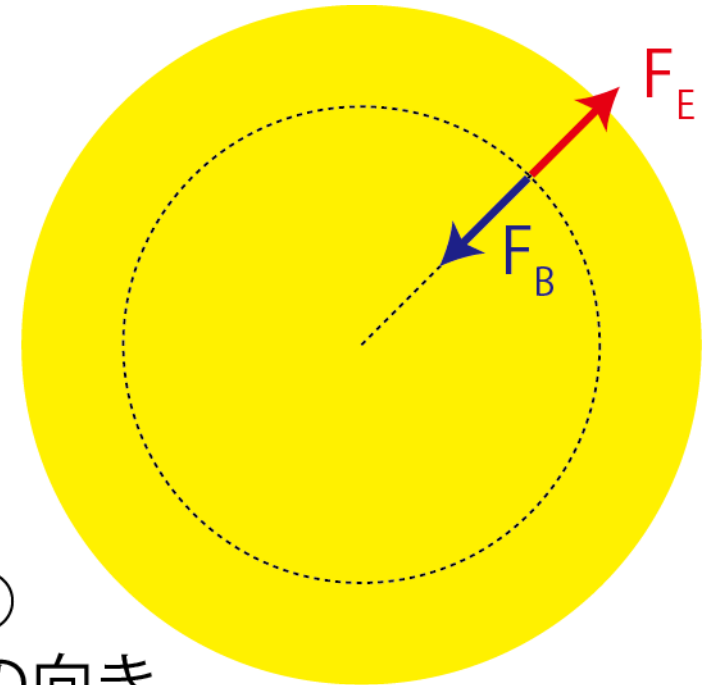
$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\text{電場から受ける力} : F_E = qE = e \frac{\rho_p r}{2\epsilon_0}$$

$$\text{磁場から受ける力} : F_B = qvB = e \frac{\beta_p^2 \rho_p r}{2\epsilon_0}$$

方向は図を参照

$$F_r = F_E - F_B = \frac{e\rho_p}{2\epsilon_0} (1 - \beta_p^2) r = \frac{e\rho_p}{2\epsilon_0 \gamma_p^2} r$$



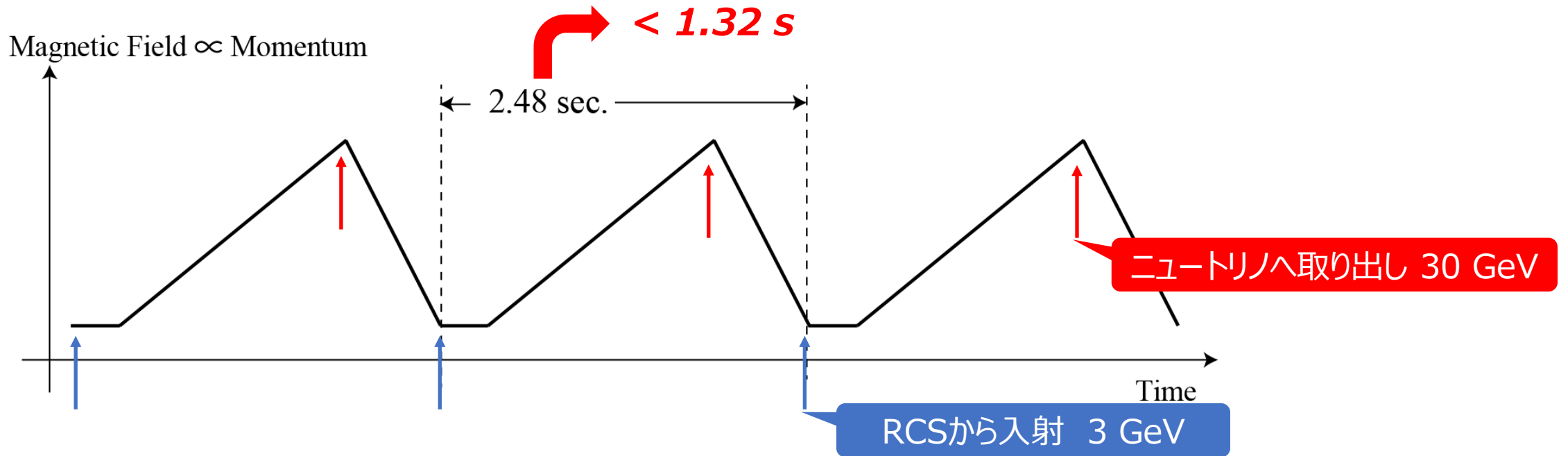
$\gamma_p$ つまり入射エネルギーを上げれば、発散力は弱まり積める粒子数が増える。→ 前段ブースター

ただし、J-PARC Main Ring 1.3 MW化はブースター追加なしでやれる。



# 陽子数を増やす以外の手法

～繰り返し周期の短縮～



現状ではニュートリノへの取り出しは2.48秒毎に行っている。これを短くすれば、実効的に供給陽子数を増やせる

加速勾配→高周波加速空洞  
磁場勾配→電磁石用電源

を增強し、繰り返し周期を**1.32秒**（2022年度）  
さらに**1.16秒**（2025年度以降）に短縮する

単位時間あたりのビーム損失増には、コリメータ増強で対応（2 kW → 3.5 kW）

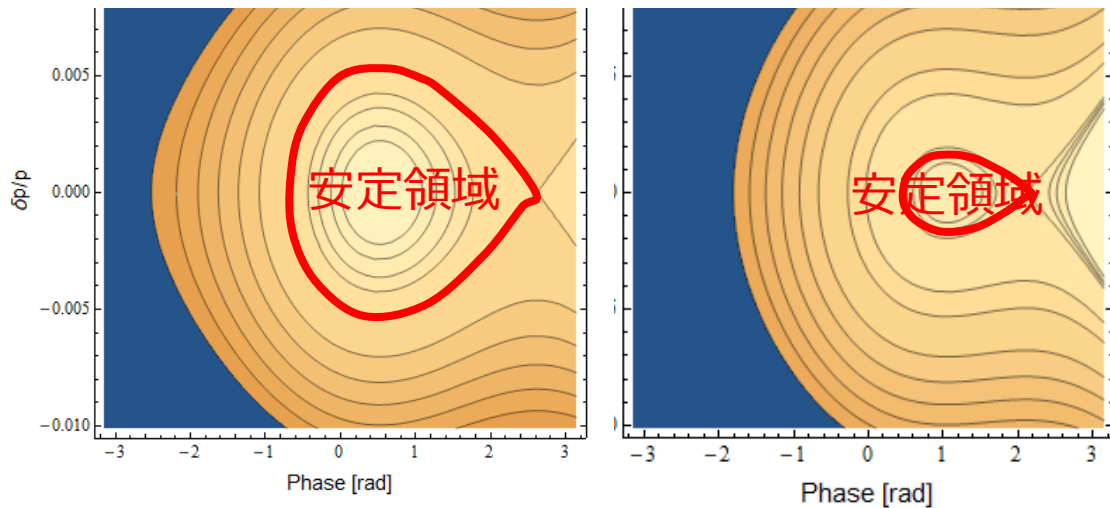
# 高周波加速空洞

加速電圧と運動量勾配の関係

$$V \sin \phi_s = \frac{2\pi R}{e} \frac{dp}{dt}$$

加速勾配を上げるために $\phi_s$ 大きくしてもだめ  
安定領域が狭くなり同じ粒子数を加速できない

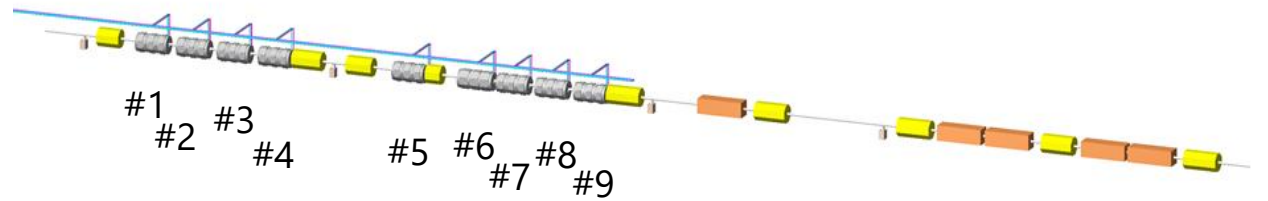
Hamiltonianの等高線  $\phi_s = \pi/6$  (左) と  $\pi/3$  (右)



ピーク電圧Vごと上げる必要がある→加速空洞の増設

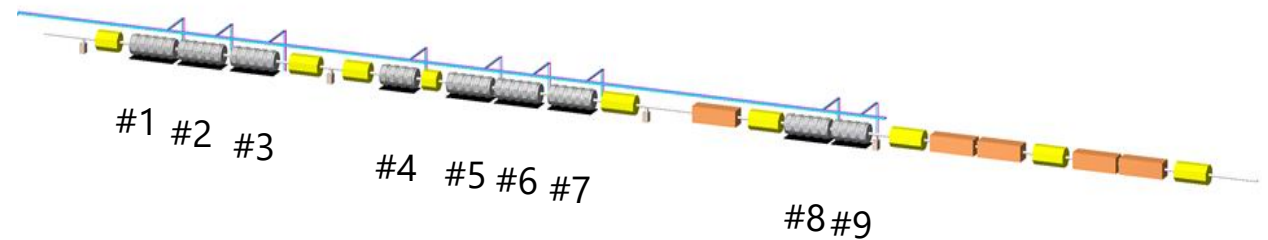
直線部C : ~FY2012

FT3M  
9 sets of 3-cell cavity  
270 kV



直線部C: FY2014~FY2016

FT3L : Higher Impedance cavity  
9 X 4 cell cavity  
500 kV



1.3 MWのためにあと2台空洞を増設する (計11台)。

# 電磁石用電源

電磁石は大きなインダクタンス $L_{mag}$ と考えることができる。

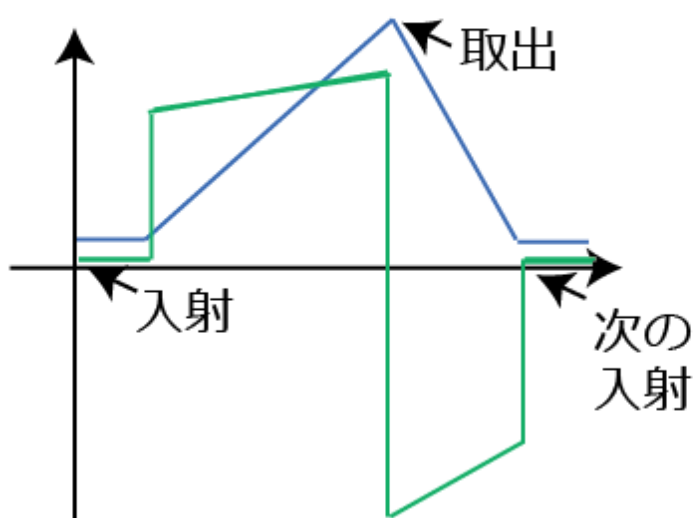
$$\dot{B} \propto \frac{dI_{mag}}{dt} \propto V \sim L_{mag} \frac{dI_{mag}}{dt}$$

繰り返し周期 $dt$ 半分 → 電磁石の印可電圧 $V$ 2倍  
この要求だけなら、電源を倍に増設すればよいが。

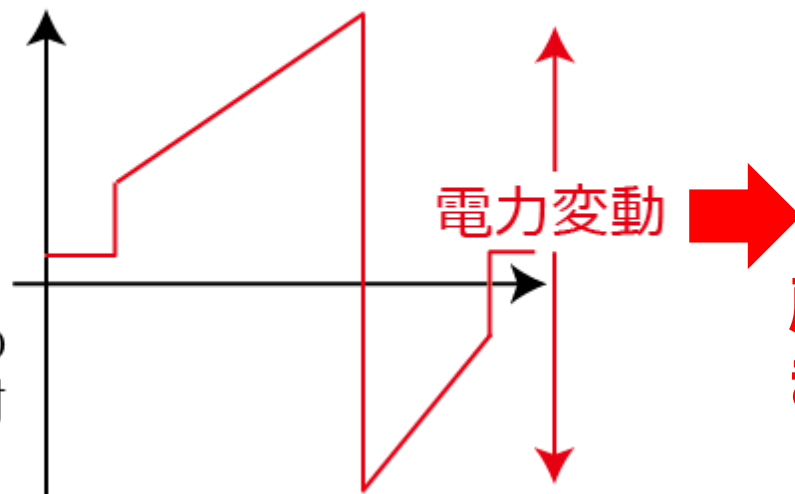
## 磁気エネルギーの流れ

磁気エネルギーはビーム取出後に次の入射のために戻される

陽子の運動量 = 電磁石電流  
出力電圧  $L dI/dt + RI$



電力 = 電流 × 電圧



現在の電源はエネルギーを研究所外に戻しているため、大きな電力変動が外に悪影響を与えている (らしい)

戻ってくるエネルギーを再利用できる新しいタイプの電源が必要

# 主電磁石システム概要

## 電磁石



- 偏向電磁石 曲げる 96台
- 四極電磁石 収束させる 216台
- 六極電磁石 色収差補正 72台

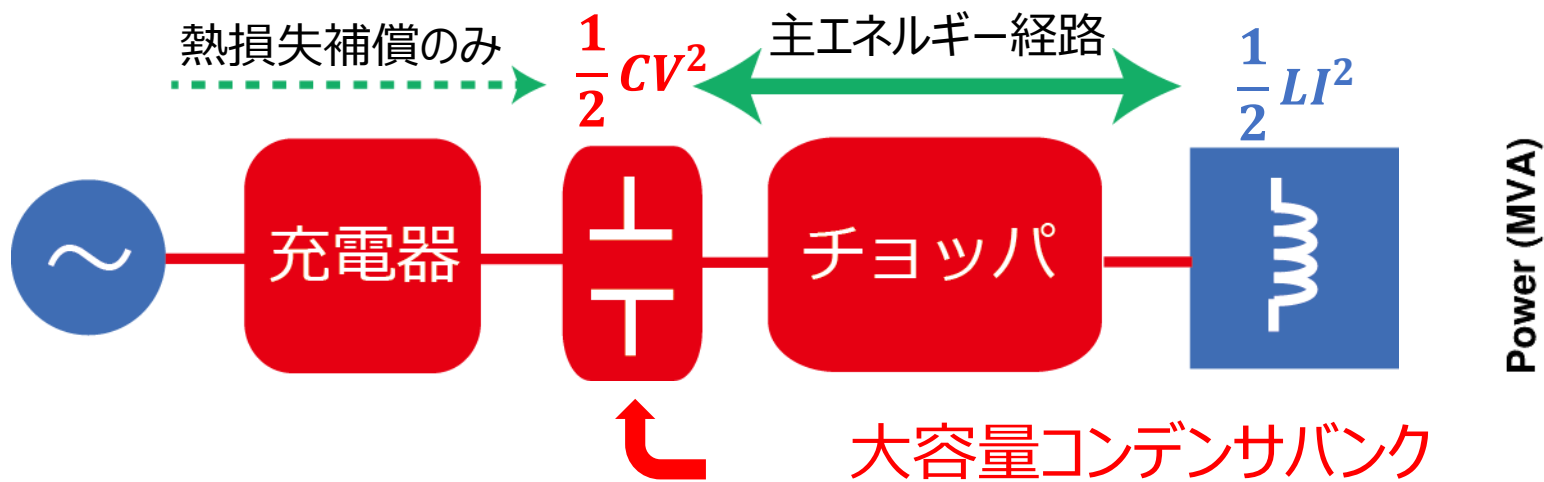
## 電源



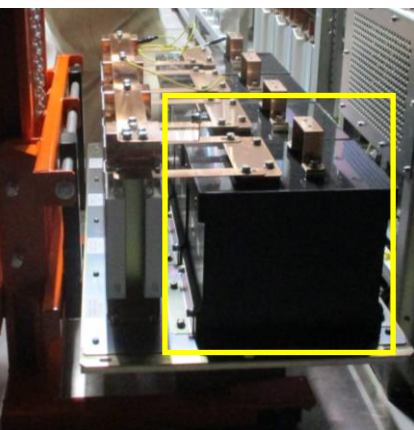
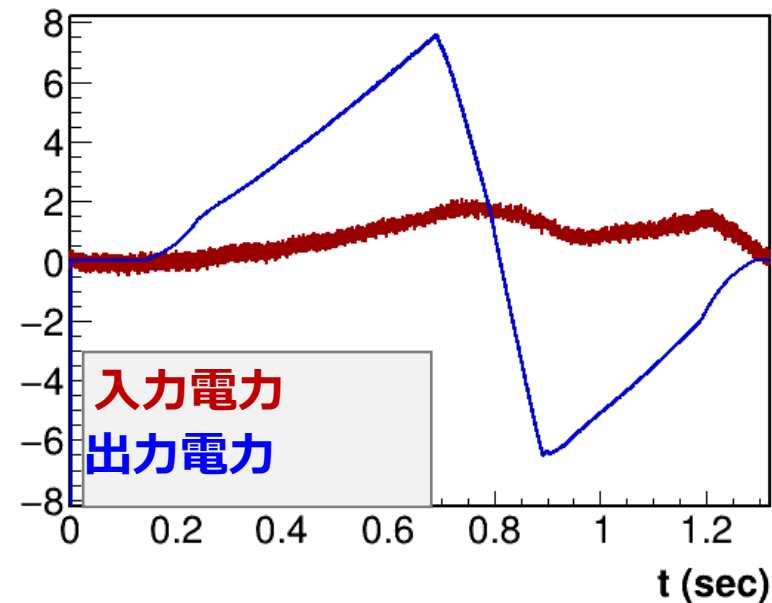
一方、電磁石電源は全部で20台

同じ種類の磁石をいくつか直列につないで  
まとめてドライブするため

# 大容量コンデンサバンク搭載電源



新偏向磁石電源 (J-PARC最大の電源) の試験結果



5 mF 1700 V×4000個～29 MJ

すでに (3500個インストール済) 23.5 kg

森田くん NIM-A, Volume 901, 2018, Pages 156-163

充電器 : ACアダプタと似た回路。ただしパワーは**1万倍** 100 W↔**1 MW**

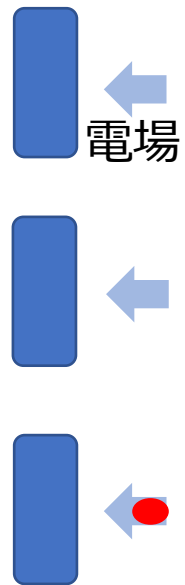
チョッパ : EV車のモータードライバと似た回路。直流 (Lion電池) → 交流 (モーター) ただし、パワーは**100倍** 100 kw↔**10 MW**

出力電力変動 **14 MVA**に対して入力電力変動を**2 MVA**に抑えられる。

# J-PARC MR の遅い取り出し

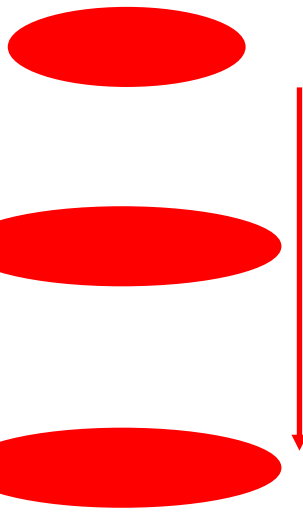
四極電磁石電流を制御し、チューン $\nu_x$ をわざとベータトロン共鳴条件 ( $3\nu_x = 67$ ) に近づける

取り出しビーム  
(静電セプタム)



セプタム面

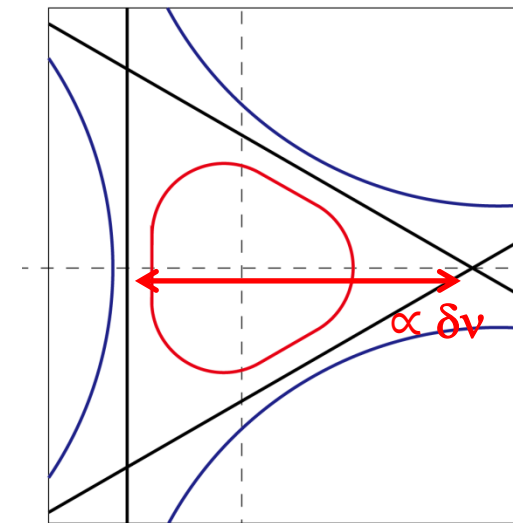
周回ビーム



1. 共鳴に近づけると振幅が増大し不安定になる粒子が現れる。
2. 最も外側のものが電場が印可されている箇所に入る。
3. 電場により蹴られ取り出しビームとなる

$\nu = -\delta\nu + 67/3$  における軌道 (位相空間)

振幅の微分



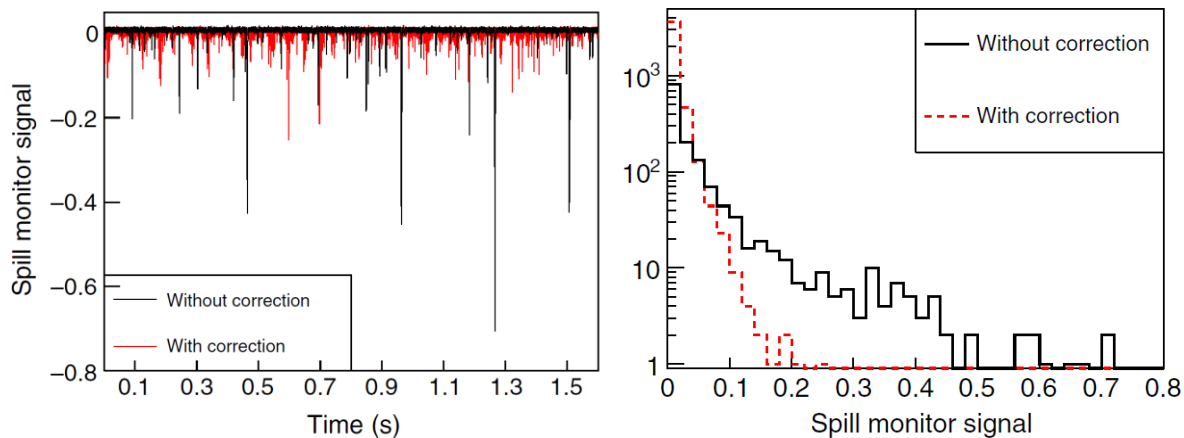
—  
—  
→ 振幅  
**安定**  
**不安定**

○よい取り出し効率 (ビームロス減) → 世界最高効率(99.5 %) 富澤さん NIMA 902, 51 (2018)

×取出しビームの濃淡をなくす → 主電磁石電源のリップル (電流変動) のため濃淡大

# 電磁石電源と遅い取り出しビーム

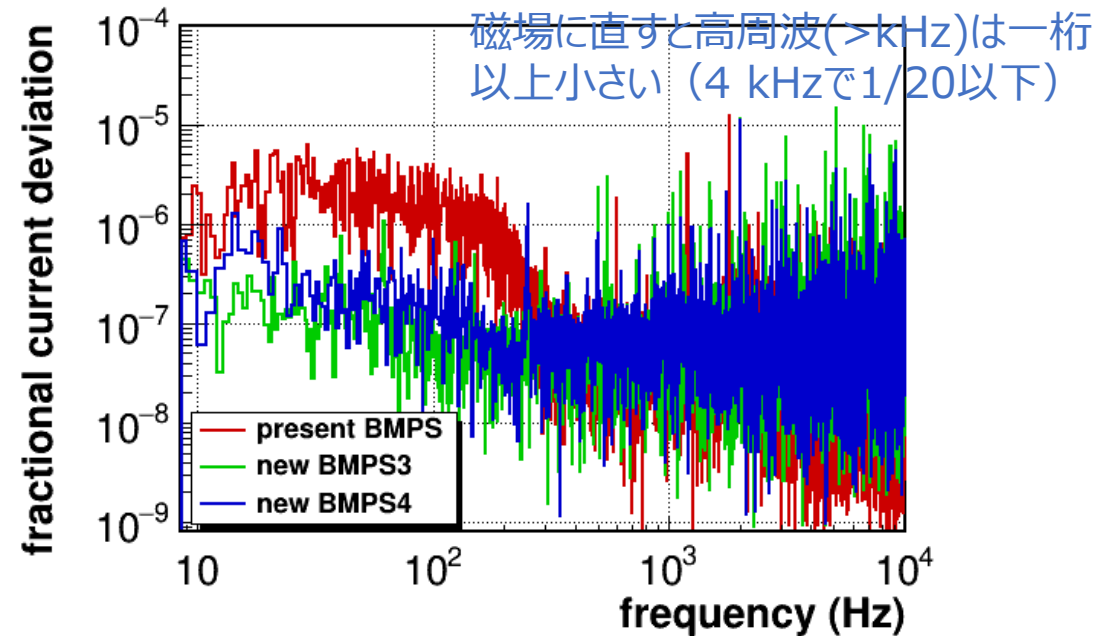
ビーム平坦度に対する電磁石電流の寄与を調べるために、**電磁石電流測定値をFPGAによりリアルタイムでチューンに変換して補正磁石の入力とした**



ビーム平坦度の指標Duty  $\frac{\langle I \rangle^2}{\langle I^2 \rangle}$  ( $I$ はビーム強度) が  
(他に何の制御もせずに) **3%から30%まで回復した。**  
KEK-PF内藤くん Phys. Rev. Accel. Beams **22**, 072802 (2019)

**➡ ビーム平坦度の悪さは電磁石電源の電流リップルのせい**

偏向磁石電源 (J-PARC最大の電源) の現行品と新電源のリップルの比較 (どちらも実負荷)



**新電源では磁場勾配やエネルギー回生だけでなく、電流制御システムも高度化しており、一桁程度リップルは小さくなる。**

下川君 *IEEE TNS*, vol. 66, no. 7, pp. 1236-1241

# まとめ

陽子シンクロトロンの大強度化に必要な物理と装置を説明した

## 粒子数増に関して

- ビームローディング→**RF電源増強**
- 空間電荷効果→**二倍高調波空洞 + よいビーム光学**

## 繰り返し周期短縮

- 加速勾配→**高周波加速空洞**
- 磁場勾配→**電磁石用電源**

これで**1.3MW**を目指す



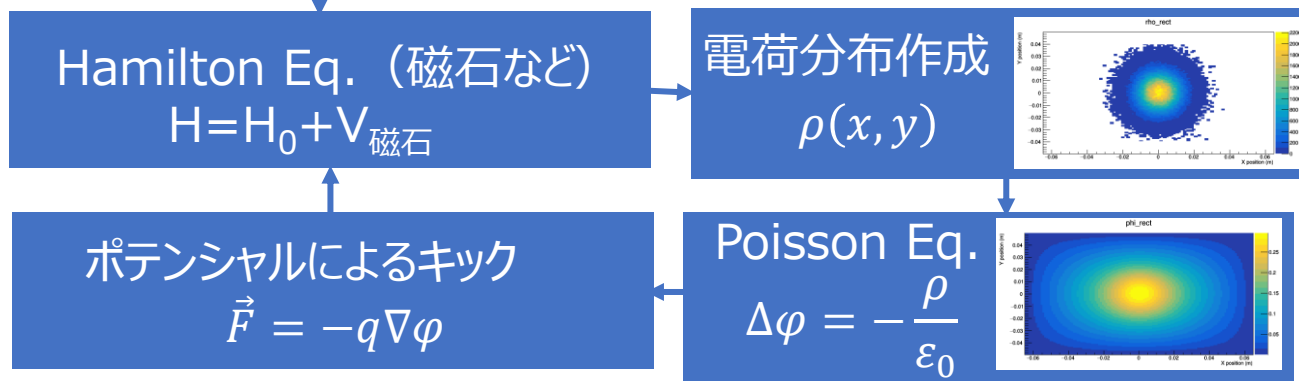
# 数値計算の重要性、有用性

数値計算を駆使したモデルベースのビーム調整→よりビーム損失の少ない光学パラメタの探索

チューン変動によりある粒子の振幅が増大しても、その粒子だけの測定はできない。→**数値計算重要**

## 空間電荷効果を含むダイナミクスの数値計算手法

マクロ粒子生成 $10^5 \sim 10^6$



加速器の規模、近似してもいい点などが違うので各研究者が自前で作っている。

- RCS→Simpsons (町田さん、發知さん)
- MR→SCTR (大見さん)

これまでの陽子加速器ではパラメタスキャンなどでビーム損失の少ない設定を見つけている場合が多い。

一方で、**J-PARC RCS の1 MW達成には、正確な数値計算の貢献が大きい** (發知さん、2019年西川賞)

- J-PARC MRにおいても、数値計算で求めた低損失の光学のビーム試験が行われている。(東大院生、安居くん, Phys Rev. Accel and Beams accepted)
- また、ビーム滞在時間がMR (~秒) はRCS(~10ms) に比べてはるかに長いので、高速化も重要。  
(GPUコンピューティング、Y. Kurimoto SAD2019)

# ハードウェア開発の現状

高周波加速空洞、電磁石、ビームモニタなど加速器とともに発展するハードにリソースを投入することは理解されやすい。

一方で、空洞や磁石の駆動電源（パワーエレクトロニクス）や読み出しおよび制御エレクトロニクスなどの加速器に関わらず常に発展しているものへの投資も非常に重要、一方で**設計できる人材が機構内に少ない**。

## パワエレ関連の協力メーカーの現状（私見）

加速器機器を専門にやっているメーカー：最新技術にアンテナを張る余裕がない。

大型メーカー：加速器に積極的な参加はしない。莫大な金額を支払えれば別（J-PARC MR新電源はそれは不可能だった。**何十億も予算オーバー**）



今後の巨大計画で、莫大な金額を払いたくなく、超遅らせたくないならば、「**自分で技術選択、設計をして、メーカーは作ればよい**」という風にしないと進んでいけないのではないか。（でも、自分で設計すれば新しい技術を取り入れられるので面白い）。上記に関連する技術はすぐに新しくなるし、**若い人向き（学生やポスドク）** だと思う。

また、加速器を知っている人が設計するメリットもある。（後述）

# なぜMRの電源は高いのか？

## 半導体モジュールのパワーサイクル問題

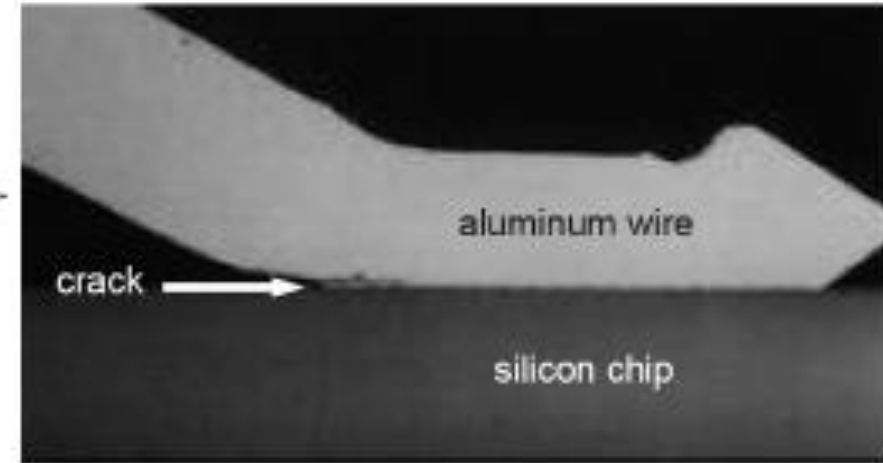
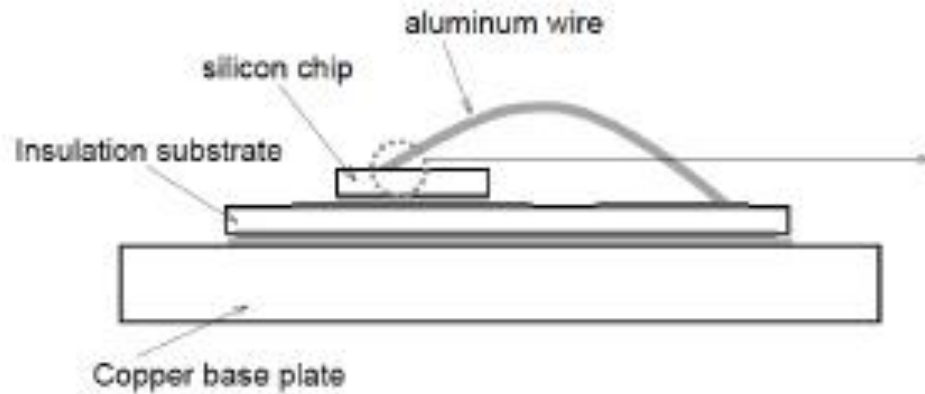
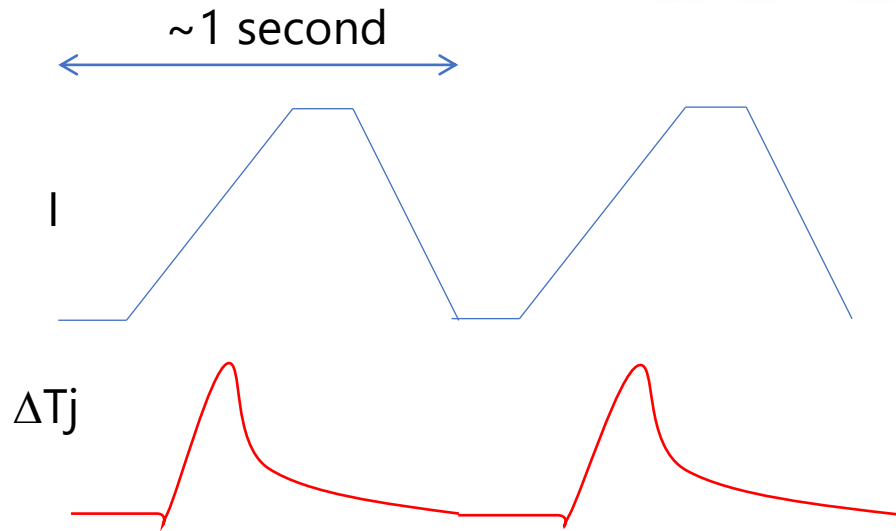


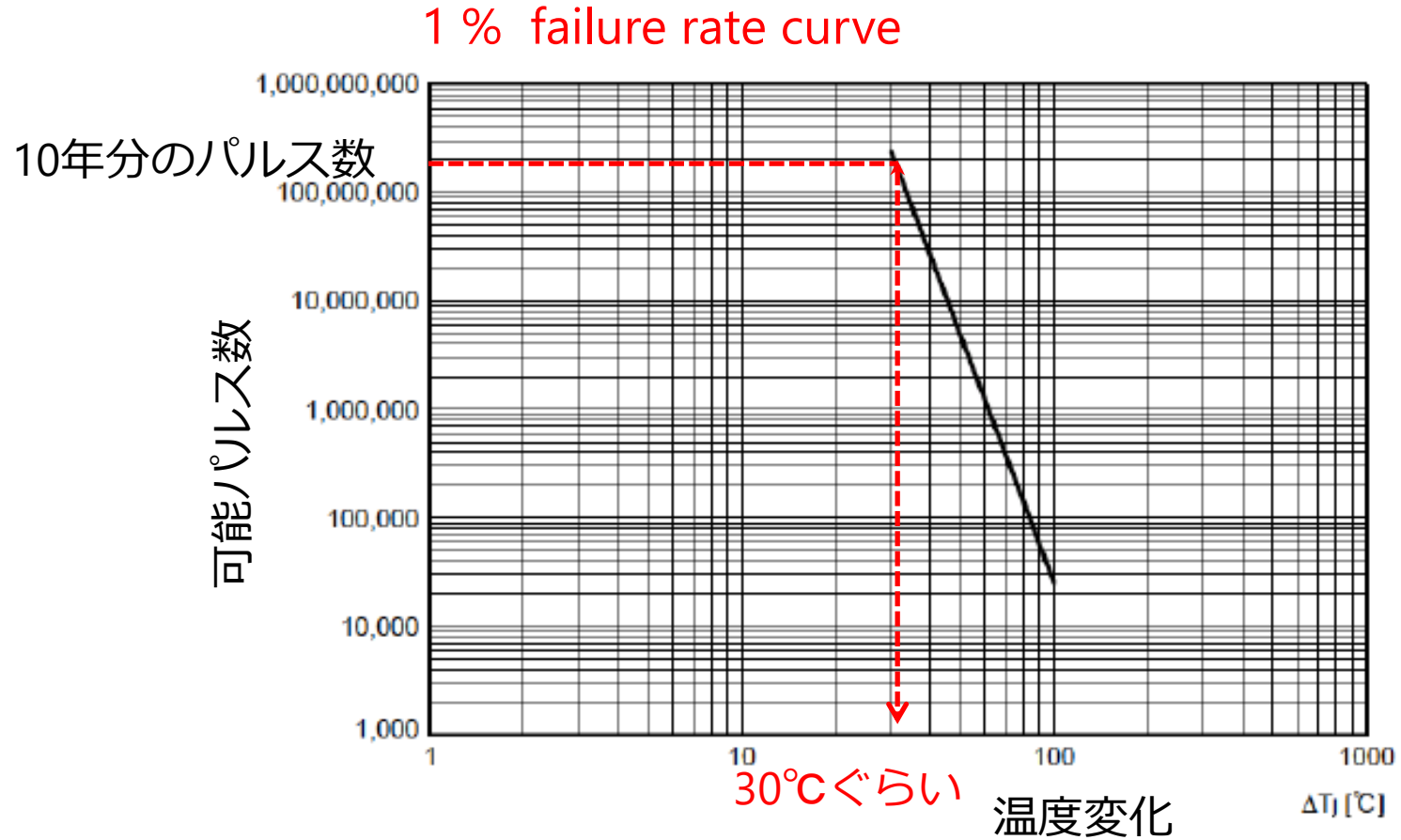
図5. パワーサイクル試験による接合部疲労状態



- 一秒を超えるパルスだと、シリコンと金属ワイヤーの接続部温度もある程度追従してしまう。
- シリコンとワイヤーの熱膨張係数の違いで、毎パルス引っ張られる。
- サイクル数が多いとそのうち切れる。
- **ラピッドサイクルではこの問題は少ない。パルスが早いので熱が追従しないから。**

# なぜMRの電源は高いのか？

## 半導体モジュールのパワーサイクル問題



30°C以下に抑えるためには、半導体の定格電流の20-30 %で使わなければならない。  
MR新電源は定格1200 Aの素子を250Aで使っている。

Backup

# 大学院生について

- 素粒子実験では、「**この実験は自分が成立させているんだ、という気持ちでやれ**」と、よく言われて、実験に必要なことはなんでもやった上で物理のペーパーを書いた。（ただし、10年前、2010年卒業）
- 一方で加速器の大学院生は多くない（つまり途切れる）ので、**ユーザー運転に重要どころはスタッフがやっているのが現状**。これは非常にもったいないと思う。コンスタントに学生が来れば、「基幹ハードウェア開発→オペレーション→ビーム試験で論文投稿」までちゃんと機会を提供できるのではないか。

## 加速器で学生をやるメリット

- ユーザー運転に必要なテーマであれば、**原理的にユーザー実験よりは遅れない**（単純に上流なので）
- **実はそれほど巨大科学ではない**。上記を数年もやれば「自分が動かしている感」は出てくる
- （電源に限れば）自動車メーカー等へのキャリアパスは十分にあり得る。（パワエレ人材は貴重なので）

## デメリット(?)

- 「素粒子でないとダメなんだ」という人は素粒子をやるべき。素粒子支えるために加速器をやっているというモチベーションは学者として違う気がする（私見）。
- 前例があまりない（例えば、ユーザー運転加速器の電源を高度化してDをとった人、がいない）
- 「実験フェーズを一通り経験してよい研究者になる」という考え方自体が古い？（僕が老害説）

# 一様電荷分布の場合の空間電荷力の導出 (1)

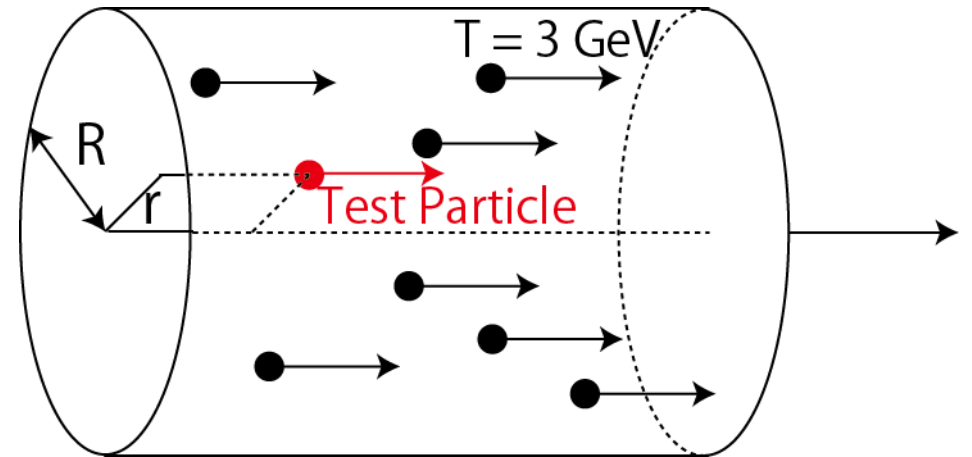
## 陽子バンチのモデル

陽子バンチを半径 $R$ の円筒で近似し、  
半径 $r$ にあるテスト陽子にかかる力を求める。

電荷密度を $\rho_p$ とおくと、 $\rho_p$ はバンチ内粒子数 $N_p (= 3 \times 10^{13})$ バンチ長 $L (= 75 \text{ m})$ を使って以下のように書ける。

$$\rho_p = \frac{N_p e}{\pi R^2 L}$$

電流密度 $j_p$ は $T=3 \text{ GeV}$ 時の速度 $\beta_p (= 0.97)$ を使って、 $j_p = \beta_p c \rho_p$ と書ける。



# 一様電荷分布の場合の空間電荷力の導出 (2)

## 電場と磁場

\* 電荷分布が無遠まで伸びているとして計算

### 電場

$$\text{Maxwell方程式} : \text{div} \vec{E} = \frac{\rho_p}{\epsilon_0}$$

$$\text{左辺を積分} : \int \text{div} \vec{E} dV = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2\pi r E_r l$$

$$\text{右辺を積分} : \int \frac{\rho_p}{\epsilon_0} dV = \frac{\pi r^2 \rho_p l}{\epsilon_0}$$

$$E_r = \frac{\rho_p r}{2\epsilon_0}$$

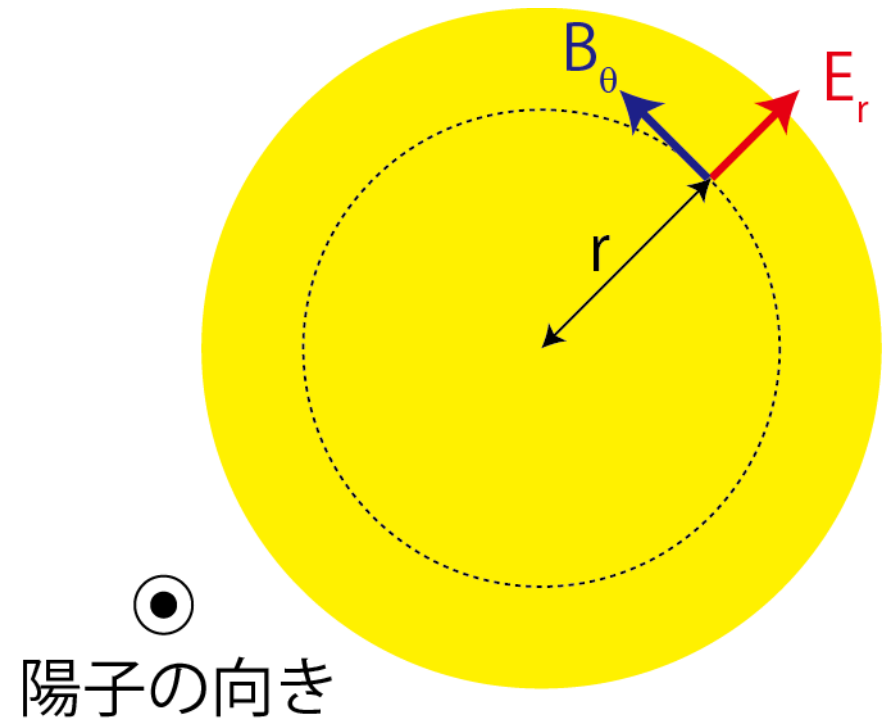
### 磁場

$$\text{Maxwell方程式} : \text{rot} \vec{B} = \frac{j_p}{\epsilon_0 c^2}$$

$$\text{左辺を積分} : \int \text{rot} \vec{B} dS = \int \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B_\theta$$

$$\text{右辺を積分} : \int \frac{j_p}{\epsilon_0 c^2} dS = \frac{\pi r^2 j_p}{\epsilon_0 c^2}$$

$$B_\theta = \frac{j_p r}{2\epsilon_0 c^2} = \frac{\beta_p \rho_p r}{2\epsilon_0 c}$$





# 一様電荷分布の場合の空間電荷力の導出 (2)

## ローレンツ力

### ローレンツ力

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\text{電場から受ける力: } F_E = qE = e \frac{\rho_p r}{2\epsilon_0}$$

$$\text{磁場から受ける力: } F_B = qvB = e \frac{\beta_p^2 \rho_p r}{2\epsilon_0}$$

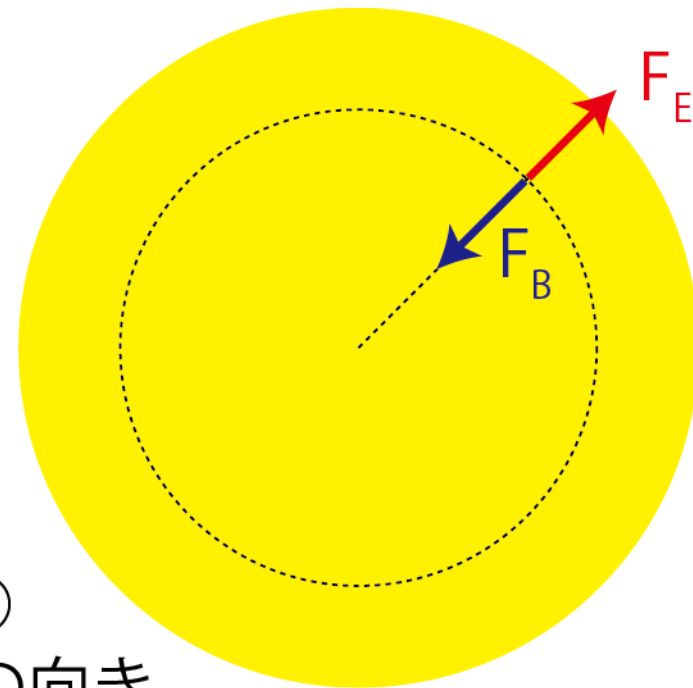
方向は図を参照

$$F_r = F_E - F_B = \frac{e\rho_p}{2\epsilon_0} (1 - \beta_p^2) r = \frac{e\rho_p}{2\epsilon_0 \gamma_p^2} r$$

↑  
正

バンチ内の陽子には発散力  $\frac{e\rho_p}{2\epsilon_0 \gamma_p^2} r$  が働きこれがチューンをずらす。

$\gamma_p$  つまり入射エネルギーを上げれば、発散力は弱まり積める粒子数が増える。 → **ブースターリング**



陽子の向き

# 周回中に対称性がある場合

非線形磁場による共鳴とその補正

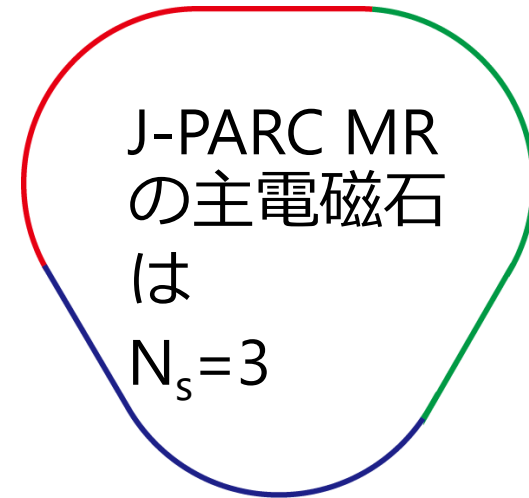
横方向運動の方程式（ $C$ は周回長）

$$\begin{aligned}\ddot{x}(s) + \left(\frac{2\pi v_x}{C}\right)^2 x(s) &= x^2(s) \sum_m a_m \cos\left(\frac{2\pi N_s m}{C} s + \delta_m\right) + \dots \\ &= A^2 \sum_m a_m \cos\left(\frac{2\pi}{C} (2v_x - m) + 2\delta - \delta_m\right) + \dots\end{aligned}$$

- 簡単のため右辺はチューン $v_x$ を使って単振動で近似
- 左辺は非線形項（6極磁場に $x^2$ に比例する項が含まれる。）
- 周回による繰り返しをフーリエ級数で表記
- 周回中の対称性を $N_s$ とする。

$$2v_x - N_s m = \pm v_x \rightarrow 3v_x = N_s m, v_x = -N_s m$$

共鳴条件が $N_s$ の倍数に限定される。Good !



# ビーム不安定性

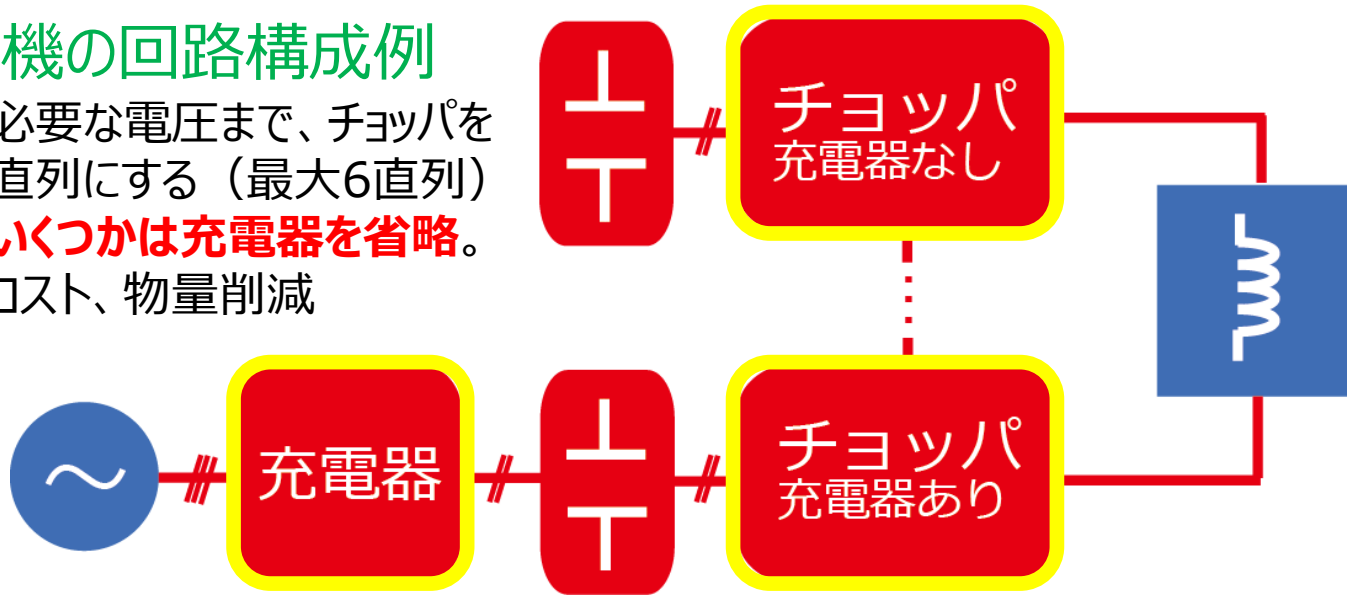
陽子バンチと加速器コンポーネントの電磁相互作用により、陽子バンチ自身も電磁場を受ける。結果、陽子バンチ全体が高周波で横方向に振動を始める。

→ 広帯域のフィードバックシステム（位置モニター、半導体アンプおよびキッカー電極）

# 入力電力 $P_{IN}(t)$ 制御および出力電流 $I_{mag}(t)$ 制御

## 実機の回路構成例

- 必要な電圧まで、チョッパを直列にする（最大6直列）
- いくつかは充電器を省略。  
コスト、物量削減



出力（磁石）電流  $I_{mag}(t)$

→ 陽子運動量に対応させる。

入力電力  $P_{IN}(t)$

→ 小さくしないと怒られる。

これらを「充電器なし（あり）チョッパ」と「充電器」の三種で適値に制御する。

$$\int_0^{T_{cycle}} dt I_{mag}(t) V_{\text{充電器なし}}(t) = 0$$

充電器がないため、正味のエネルギー移動をゼロに制御。さもないとコンデンサ電圧が発散するか無くなる。

$$V_{\text{充電器あり}}(t) = L_{mag} I'_{mag}(t) + R_{mag} I_{mag}(t) - V_{\text{充電器なし}}(t)$$

出力電流を  $I_{mag}(t)$  に制御

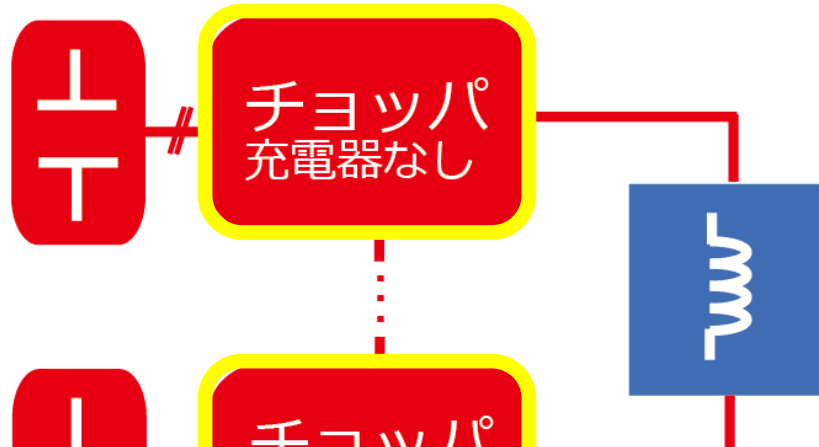
$$\frac{1}{2} C \left( V_{\text{充電器}}^2(t) - V_{CAP}^2(0) \right) = \int_0^t dt P_{IN}(t) - \int_0^t dt I_{mag}(t) V_{\text{充電器あり}}(t)$$

入力電力を  $P_{IN}(t)$  に制御

# 入力電力 $P_{IN}(t)$ 制御および出力電流 $I_{mag}(t)$ 制御

## 実機の回路構成例

- 必要な電圧まで、チョッパを直列にする（最大6直列）
- **いくつかは充電器を省略。**  
コスト、物量削減



出力（磁石）電流  $I_{mag}(t)$

→ 陽子運動量に対応させる。

入力電力  $P_{IN}(t)$

→ 小さくしないと怒られる。

これを「充電器なし（あり）チョッパ」と

このようなコントローラーは作れないと電源メーカーに言われたので、僕らでFPGAベースの制御回路を設計製作し、電源メーカーに支給した。

T. Shimogawa et. al *IEEE TNS*, vol. 66, no. 7, pp. 1236-1241

$$\int_0 dt I_{mag}(t) V_{充電器なし}(t) = 0$$

いとコンデンサ電圧が発散するか無くなる。

$$V_{充電器あり}(t) = L_{mag} I'_{mag}(t) + R_{mag} I_{mag}(t) - V_{充電器なし}(t)$$

出力電流を  $I_{mag}(t)$  に制御

$$\frac{1}{2} C \left( V_{充電器}^2(t) - V_{CAP}^2(0) \right) = \int_0^t dt P_{IN}(t) - \int_0^t dt I_{mag}(t) V_{充電器あり}(t)$$

入力電力を  $P_{IN}(t)$  に制御

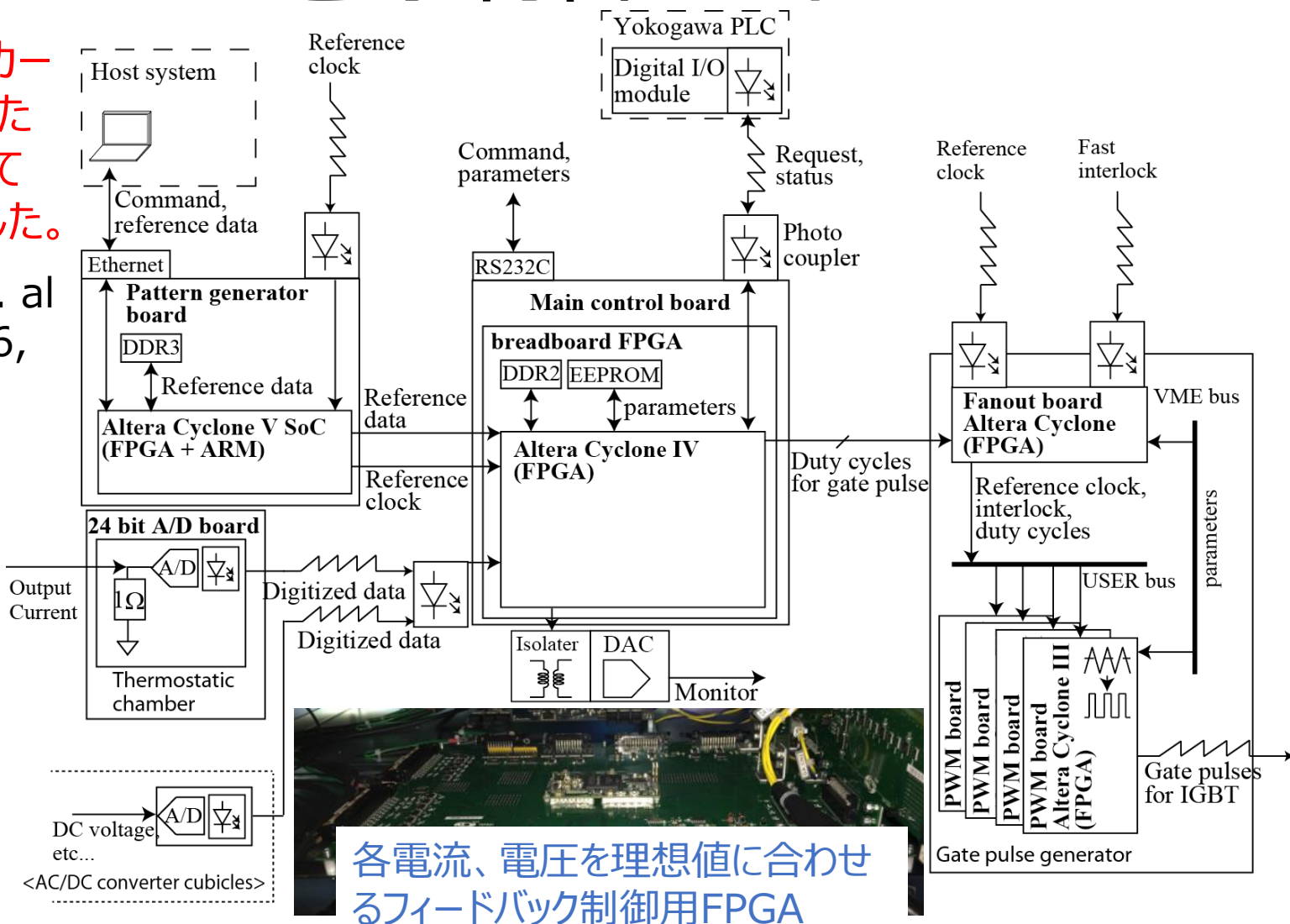
# 電源制御コントローラー

コントローラーをメーカーに作れないと言われたので、僕らで設計して作ってメーカーに渡した。

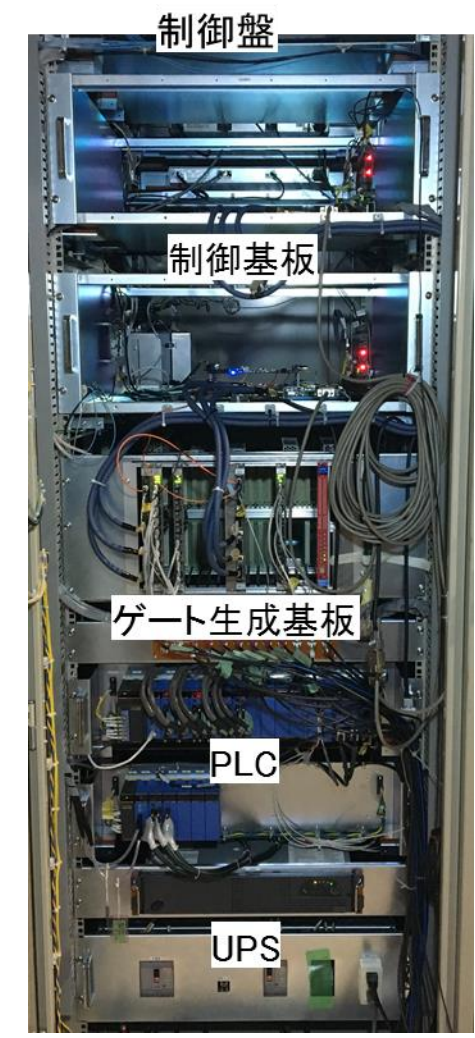
T. Shimogawa et. al  
*IEEE TNS*, vol. 66,  
 no. 7, pp. 1236-1241



高精度24bit  
 ADCでの電流計測  
 安定化のため



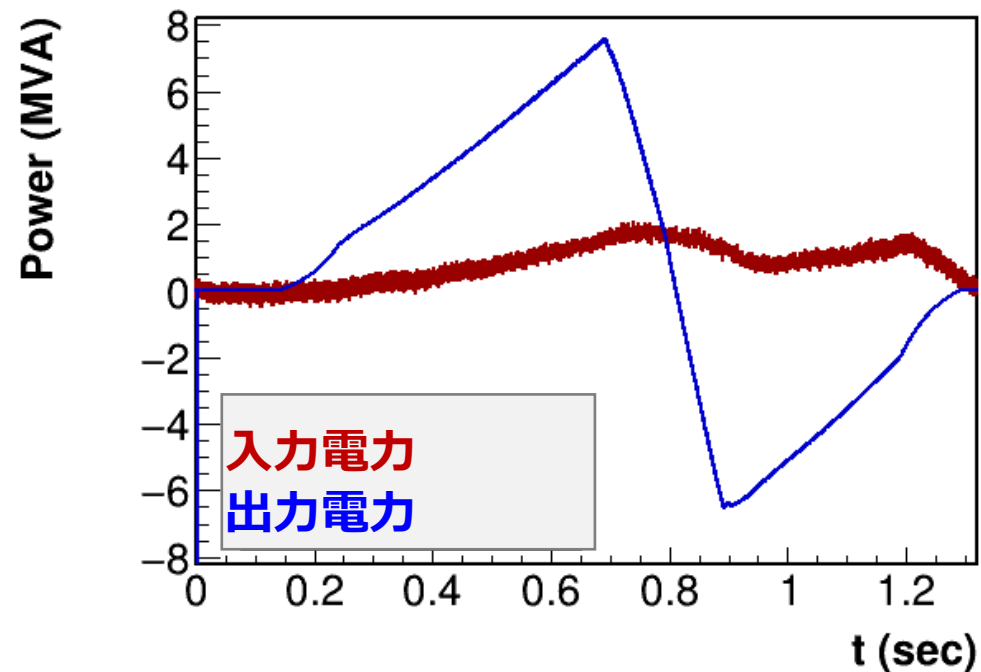
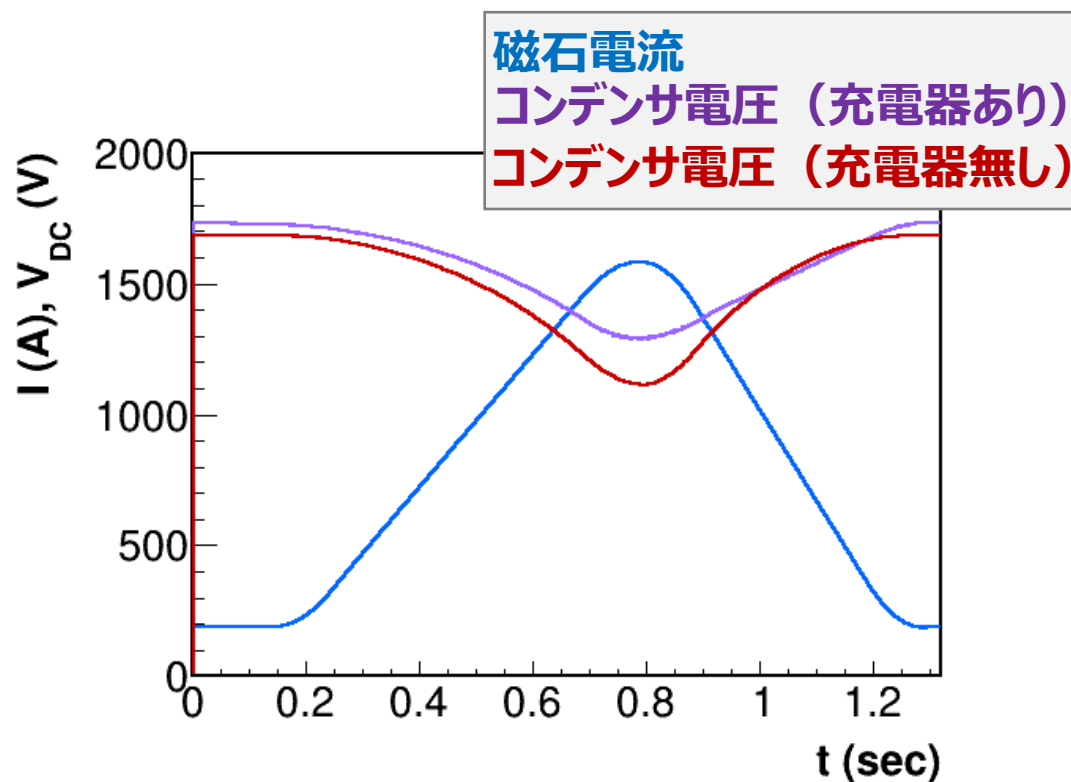
各電流、電圧を理想値に合わせる  
 フィードバック制御用FPGA



- FPGAベースのコントローラー ↔ 通常製品はマイコン、加速器業界はまだアナログがほとんど
- チョッパや充電器など大電力機器との取り合いはすべて光ファイバにしてノイズ混入を防いだ。

# 実際の新偏向電磁石電源のパルス波形

偏向電磁石用新電源 J-PARC MR最大パワーの電源



磁石電流とコンデンサ電圧波形が逆位相  
→コンデンサのエネルギーを励磁に使っている。

出力電力変動 14 MVAたいして入力  
電力変動を2 MVAに抑えられる。

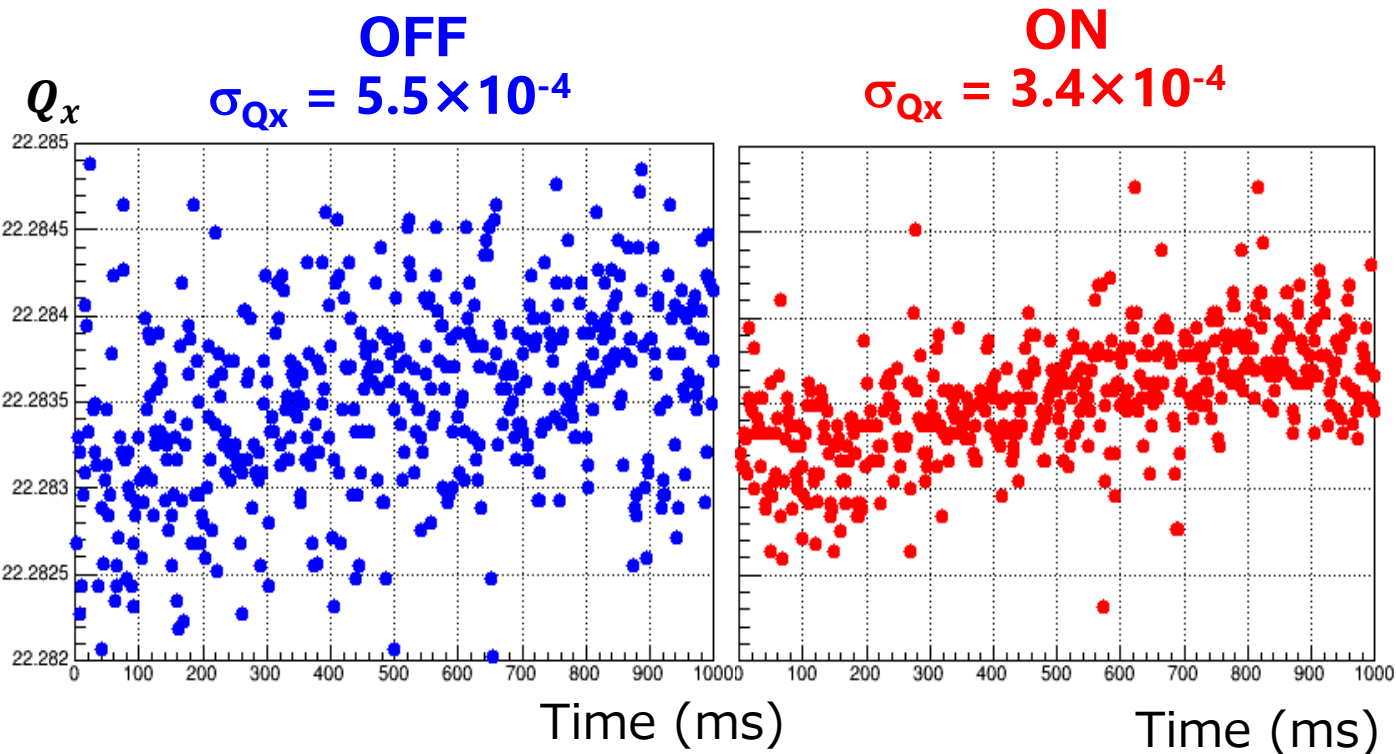
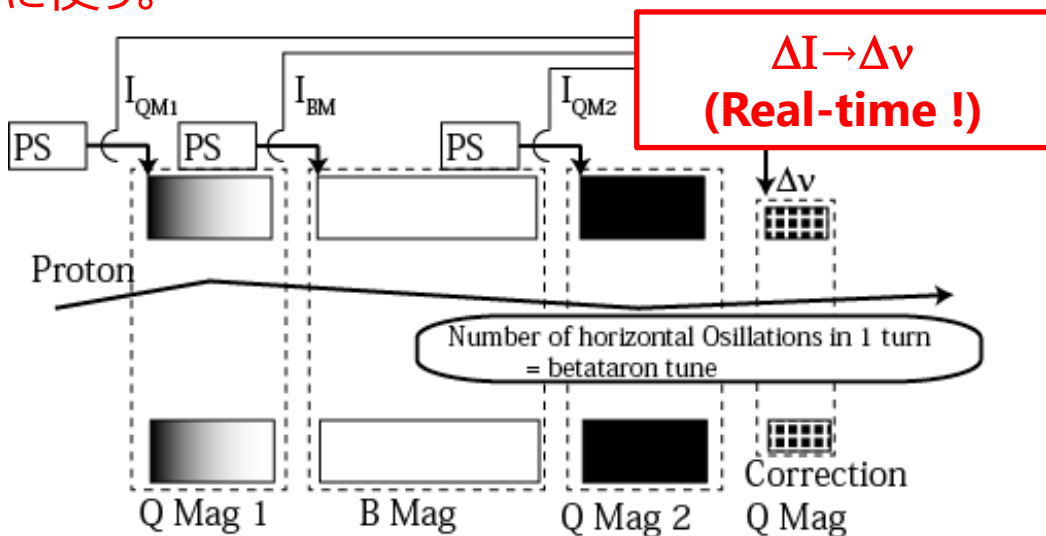
すでに50時間以上の連続運転も行えており、現在は量産とインストールを行っている状況。

# 電磁石電流を使ったリアルタイムチューン補正

電磁石電流の変動もチューンを直接変動させる。

## 装置の概念図

電磁石電流計測値（非破壊測定）をFPGAに入力し、チューンのずれを高速で予測して、補正に使う。



Y. Kurimoto et. al *IEEE TNS*, vol. 66, no. 7, pp. 1036-1041

本装置でハドロン実験用のビーム平坦性を向上できることも実証した。(HKと関係ないが)

D. Naito et. al *Phys. Rev. Accel. Beams* **22**, 072802 (2019)



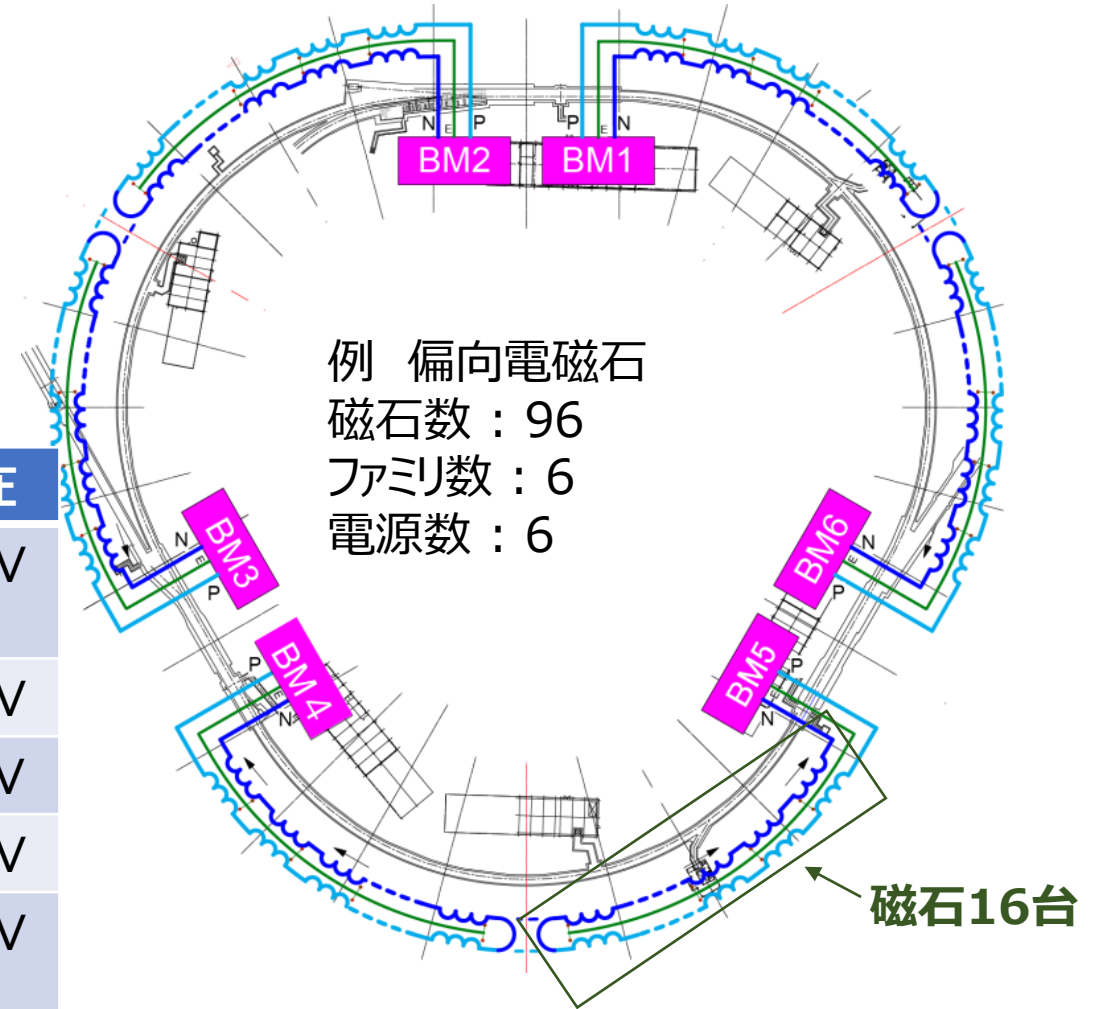
# 電磁石ファミリと電磁石電源

- 一つの電源で複数の直列に接続された電磁石をドライブする。
- 並列に接続された電磁石群をファミリと（うちらは）呼ぶ

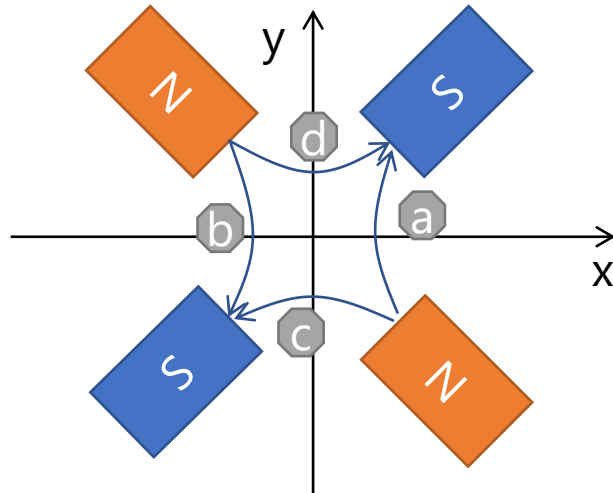
➡ **ファミリ数 = 電源数**

## J-PARC MRの電磁石ファミリ

Family名	種類	磁石数	電源電流/電圧
BM1, BM2, BM3, BM4, BM5, BM6	偏向	16	1.5 kA/6.0 kV
QFN, QDN, QFX	四極	48	1.0 kA/6.0 kV
QDX	四極	27	1.0 kA/4.0 kV
QFR	四極	9	1.0 kA/1.5 kV
QFP, QFS, QFT, QDR, QDS, QDT	四極	6	1.0 kA/0.9 kV
SFA, SDA, SDB	六極	27	0.2 kA/0.5 kV



# Quadrupole Magnets



注:スライド面鉛直方向がビーム軸

四極磁場： $\vec{B} = (B^{(1)}y, B^{(1)}x, 0)$

を運動方程式  $m \frac{d\vec{p}}{dt} = qc\vec{\beta} \times \vec{B}$  に代入し、  
近似  $\beta_z \gg \beta_x, \beta_y$  を使えば

$$\ddot{x}(s) = -\frac{q}{p} B^{(1)} x(s) \quad \ddot{y}(s) = \frac{q}{p} B^{(1)} y(s)$$

を得る。(s はビーム進行方向に沿った距離  $s = \beta ct$ )

即ち、x方向には**振動し (cos, sin)**、y方向には**双曲線関数を描く (cosh, sinh)**、またはその逆。走行距離が短い近似では、互いに、**収束、発散**となる。

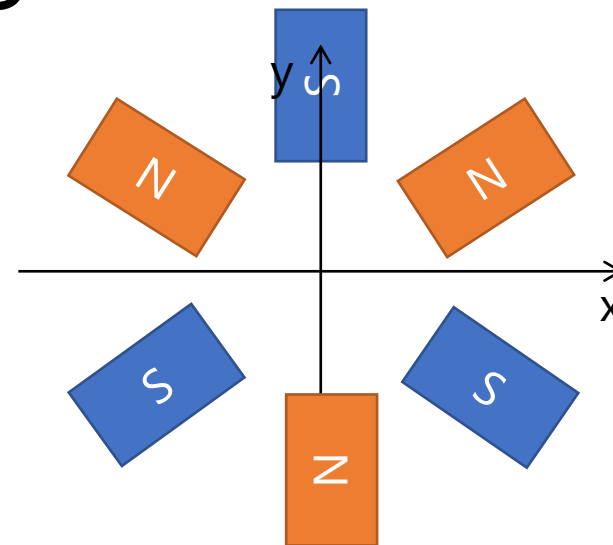
➡ シンクロトロンでは極性の違う四極電磁石を上手く配置し、トータルで収束するようにしている。

# Sextupole Magnets

四極磁場中の運動方程式（単振動）

$$\ddot{x}(s) = -\frac{q}{p} B^{(1)} x(s)$$

振動数つまり  $Q_{x,y}$  の運動量依存を補正する必要がある。J-PARC MRでは1%以下の運動量広がり



六極磁場  $\vec{B} = (B^{(2)}xy, \frac{B^{(2)}(x^2-y^2)}{2}, 0)$  を軌道のずれ  $x_c$  ( $x=x_c+dx$ ) の周りで展開すると、

$$B_y = \underbrace{B^{(2)}x_c}_{\uparrow} \delta x + \frac{B^{(2)}(x_c^2+y^2)}{2} + \dots \quad B_x = \underbrace{B^{(2)}x_c y}_{\uparrow} + B^{(2)}y \delta x$$

四極磁場と同じ項！

X方向のずれに比例した収束（発散）力を得ることができる。**運動量のずれに比例して軌道がずれる ( $\delta p \propto x_c$ ) 場所に六極磁石を置けば、運動量のずれに応じた収束（発散力）が得られる。**これをChromatic Correctionと呼ぶ。

\* 一般に  $\delta p \propto x_c$  となる場所は存在する。たとえば偏向磁石中では運動量が高い程曲がりにくいので、軌道は外側にずれる。

# ベータトロン共鳴

**Betatron Tune  $Q_x$   $Q_y$ を適切に選び制御することは非常に重要**

運動方程式を単振動で近似するとCを周長として、 $\ddot{x}(s) + \left(\frac{2\pi Q_x}{C}\right)^2 x(s) = 0$

ここで摂動 $\propto x^2$ (六極磁場)がリング内に周期的に分布すると仮定し、リング1周での繰り返し数を $N_s$ とする。この時、六極磁場の強さは周期 $C/N_s$ の $s$ の関数なので、フーリエ級数で表現可能である。したがって運動方程式は以下となる。

$$\ddot{x}(s) + \left(\frac{2\pi Q_x}{C}\right)^2 x(s) = x^2(s) \sum_m a_m \cos\left(\frac{2\pi N_s m}{C} s + \delta_m\right)$$

これに逐次近似 $x = x^{(1)} + x^{(2)} + \dots$ を行う。即ち $x^{(1)}$ は摂動なしの解 $A \cos\left(\frac{2\pi Q_x}{C} s + \delta\right)$ で、左辺に $x^{(1)} + x^{(2)}$ 、右辺に $x^{(1)}$ を代入する。(ランダウ著「力学」)

$$\begin{aligned} x^{(2)}(s) + \left(\frac{2\pi Q_x}{C}\right)^2 x^{(2)}(s) &= A^2 \cos^2\left(\frac{2\pi Q_x}{C} s + \delta\right) \sum_m a_m \cos\left(\frac{2\pi N_s m}{C} s + \delta_m\right) \\ &\stackrel{\text{二倍角の公式}}{\stackrel{\text{積}\rightarrow\text{和の公式}}{=}} A^2 \sum_m a_m \cos\left(\frac{2\pi}{C} (2Q_x - N_s m) + 2\delta - \delta_m\right) + \dots \end{aligned}$$

$2Q_x - N_s m = \pm Q_x$  のとき、右辺に固有周波数で振動する外力の項が現れる。このとき、 $x^{(2)}$ の振幅は増大する。(共鳴条件)

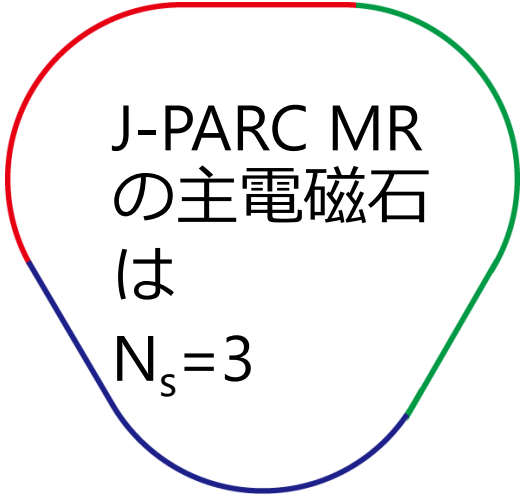
# 共鳴条件と対称性

共鳴条件  $2Q_x - N_s m = \pm Q_x$  は、 $3Q_x = N_s m$ ,  $Q_x = N_s m$  とかける。特に、この3という数字は摂動項がxの2乗であることから来ている。四極の摂動(xの1乗)の場合は  $2Q_x = N_s m$  が共鳴条件となる。また、x,yがcoupleする摂動もある。これから共鳴条件は以下となる。

$$mQ_x \pm nQ_y = N_s l$$

もし  $N_s=1$ 、即ちリング1周の間に周期構造がない摂動がある場合（ランダムエラー）、全ての整数がNGとなる。J-PARC MRの主電磁石は一周が同じ電磁石の配列パターン3つからなる。そのため六極電磁石や偏向電磁石の六極成分は、右辺が3の倍数になることを避ければ共鳴条件を回避できる。

あとは、如何にランダムエラーを無くすかが重要。**入出射機器等は3つの直線部で違う**ので、その漏れ磁場等がランダムエラーの原因となる。



J-PARC MR  
の主電磁石  
は  
 $N_s=3$

# 加速器科学への誘い

博士課程で物理的な考え方が身につけていけば十分活躍できます。

加速器の仕事は理論や技術を集結して成り立っているが、突き詰めれば微分方程式を解くか作るかの作業

基礎物理の理解を元に、自分の興味やアイデアを積み上げていだけ。スキルのなことは調べれば分かる

私の十年(2010~)を式にしたもの

$$A(x, y) \frac{\partial^m}{\partial a^m} f(x, y) + B(x, y) \frac{\partial^n}{\partial b^n} f(x, y) = g(x, y)$$

A	B	m	n	f	g	x	y	a	b	内容
L	R	2	1	I(t)	V'(t) - CI(t)	t	t	t	t	回路方程式
C/2	0	1	-	V <sup>2</sup> (t)	-I(t)(LI'(t) + RI(t)) + P <sub>IN</sub> (t)	t	t	t	t	エネルギー保存則
1	1	2	2	φ(x, y)	-ρ/ε <sub>0</sub>	x	y	x	y	Poisson 方程式
1	0	1	-	x	∂H(x, p <sub>x</sub> )/∂p <sub>x</sub>	x	p <sub>x</sub>	s	-	Hamilton 方程式1
1	0	1	-	p <sub>x</sub>	-∂H(x, p <sub>x</sub> )/∂x	x	p <sub>x</sub>	s	-	Hamilton 方程式2
1	K(s)	2	0	x	0	s	s	s	-	ベータトロン運動の式

電磁石電源

空間電荷効果、  
ビームダイナミクス