

# 量子コンピュータ

飯山悠太郎

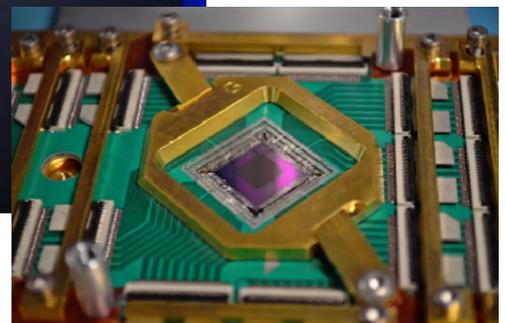
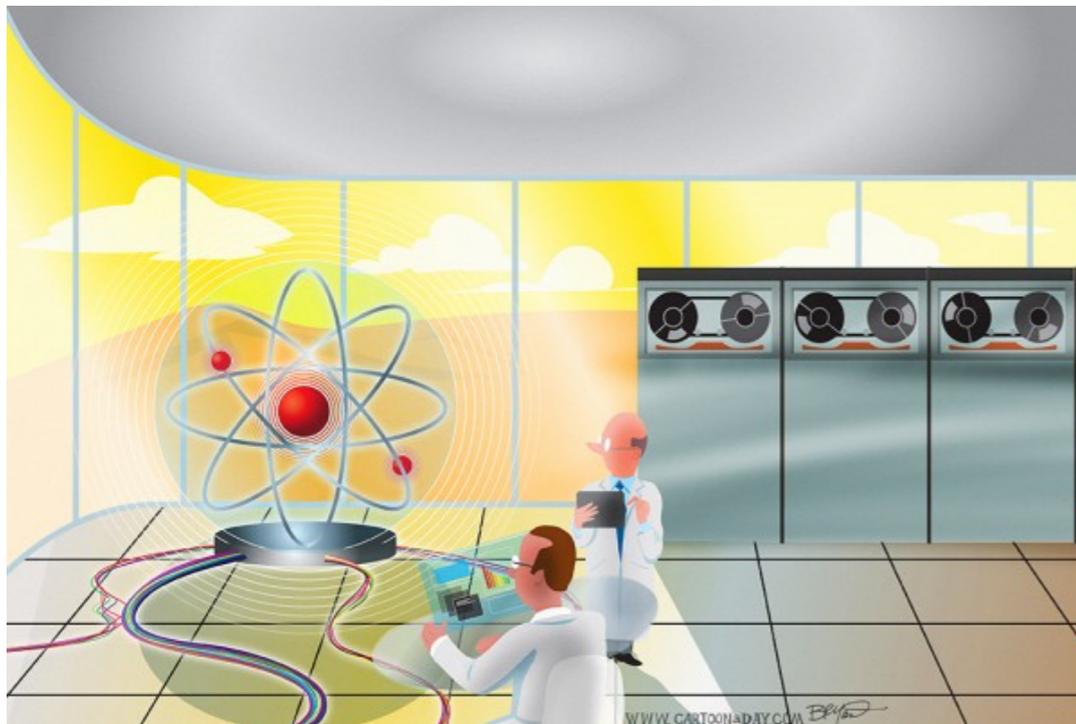
ICEPP, The University of Tokyo

@ Flavor Physics workshop 2021  
September 30, 2021

# 量子コンピュータとは？

「量子演算子」のほうが的確

- 最近では「QPU」と呼ぶほうが玄人っぽいようです
- メールを読んだり動画を見たりするのには使いません
  - 原理的には可能



# 量子コンピュータの持つべき性質

広く捉えて

- 特定の状態に準備できる量子系を持ち
- その系に対して決まった操作を繰り返し実行でき
- 系の状態を測定することができる

補助的に

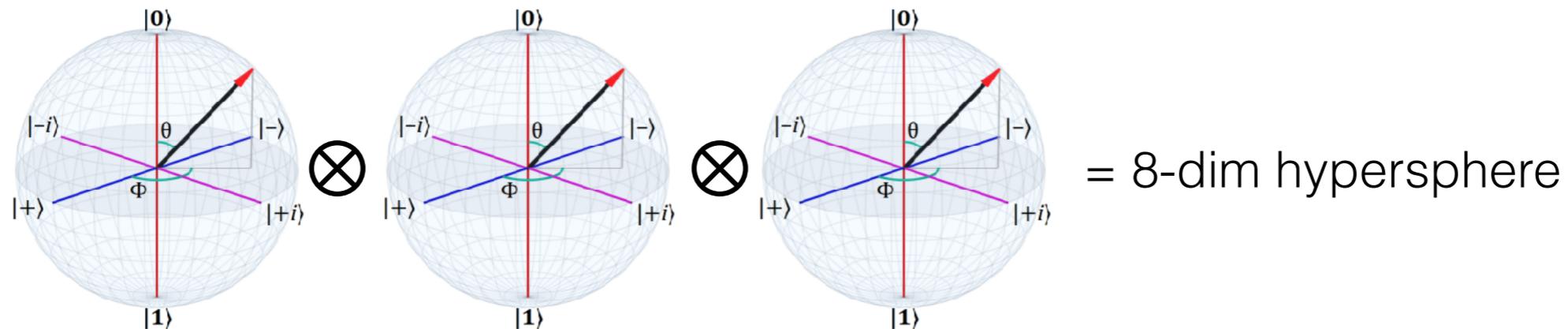
- 量子系は多体系
- 上の全てを高速で繰り返せる

# 量子コンピュータの何が嬉しいか・1

2準位系（量子ビット） $n$ 個からなる系を考える

- 2つの準位を $|0\rangle$ と $|1\rangle$ と呼ぶことにする
- 例えば $n = 3$ の場合で量子ビットがそれぞれ $|1\rangle, |0\rangle, |1\rangle$ 状態にあるとき  
全系の状態は $|1\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1\rangle =: |101\rangle =: |5\rangle$

一般に全系では $|0\rangle$ から $|2^n - 1\rangle$ の $2^n$ 通りの直交基底が存在  
⇒ 「計算基底」と呼ぶ



# 量子コンピュータの何が嬉しいか・2

量子力学なので、系の一般の状態は基底の線形和

$$|\psi\rangle = \sum_{k=0}^{2^n-1} \psi_k |k\rangle$$

例： $n$ 個の量子ビット全て  $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)$  状態なら系全体は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2^n}} (|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|0\rangle + |1\rangle) \otimes \dots \otimes (|0\rangle + |1\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^n}} (|00\dots0\rangle + |00\dots1\rangle + \dots + |11\dots1\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{k=0}^{2^n-1} |k\rangle \end{aligned}$$

# 量子コンピュータの何が嬉しいか・3

$n$ 量子ビット系のヒルベルト空間は $2^n$ 次元

⇒  $n$ 個の物体を並べて $2^n$ の複素自由度を得る

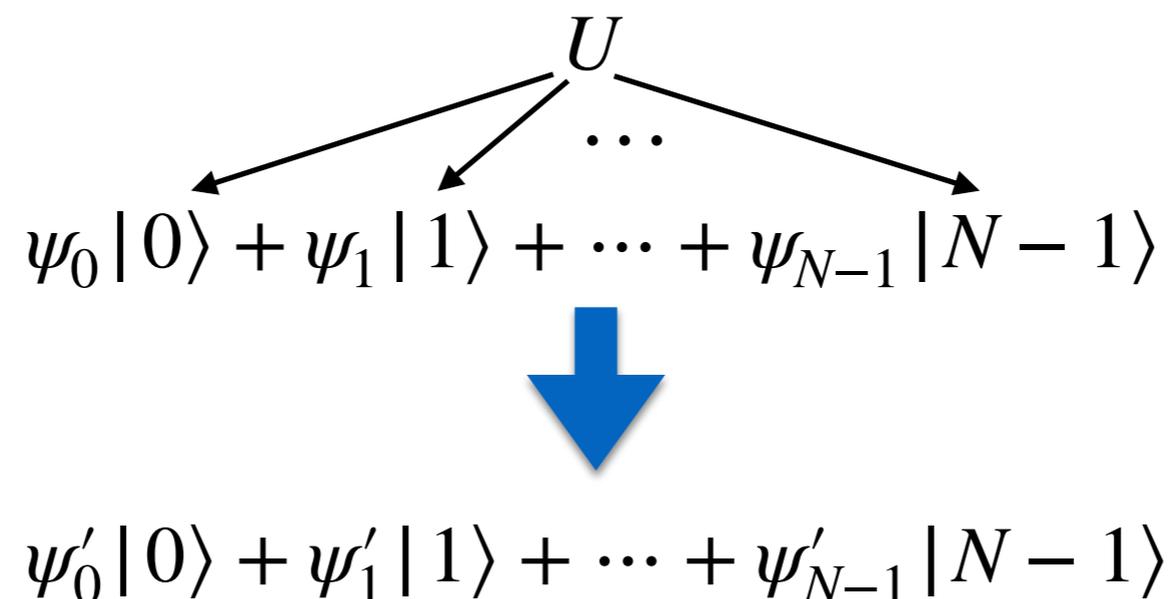
$n = 300$ で  $N_{\text{dof}} >$  number of atoms in the observable universe (!)

QCの操作は個々の量子ビットに作用 = 全計算基底に同時に作用

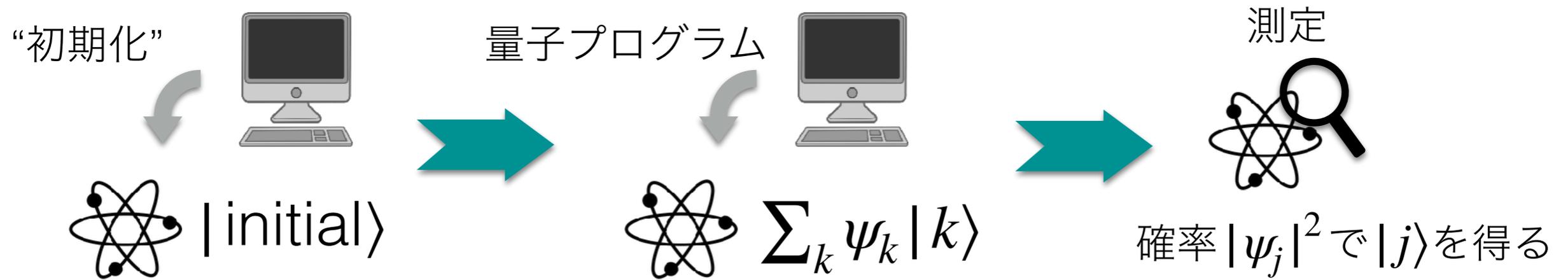
→ QCは巨大な並列演算子\*

\*ただしそんなに簡単な話ではありません

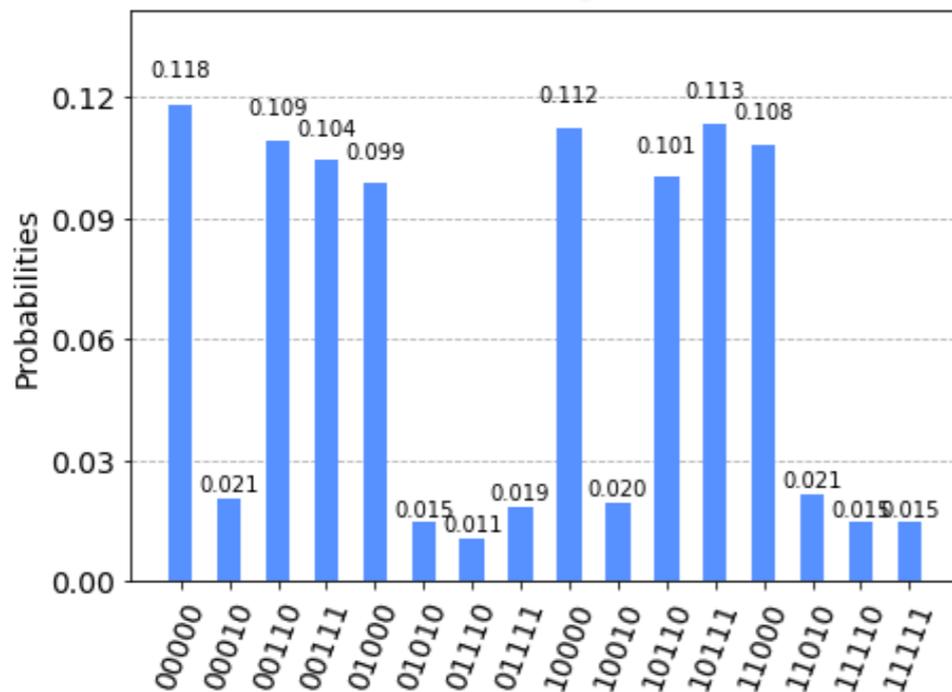
“SIMD = Single instruction, multiple data”



# 量子状態で計算をするとはどういうことか



×  
多数回の試行



測定結果のヒストグラムから計算結果を読み取る

問題に応じて読み出す内容は異なる：

- 平均値（期待値）
- 特定のピーク値
- 分布の形
- etc.

# 量子コンピュータのスキーム

- 量子回路型 (Quantum circuit model) a.k.a. ゲート型QC
  - 初期状態は通常  $|0\rangle$  今日はこれの話に限ります
  - 計算 (ターゲット終状態の生成) 方法：
    - 1量子ビットの「回転」  $\exp(i\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma})$
    - 特定の複数量子ビット演算  
e.g. “Controlled-X”  $|0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes \sigma^X$
  - 量子回路 = 量子ビットに対する操作 (ゲート) の全体
- 量子アニーリング (Quantum annealing)
  - イジングモデルハミルトニアン基底状態 (=最適解) を探す
    - ハミルトニアンのバイアスやカップリングパラメータで問題を表現
  - 計算方法: 初期ハミルトニアンを断熱的に問題ハミルトニアンに置換
- 連続変数型 (ゲート型的一种) etc.

# 魔法の箱ではない

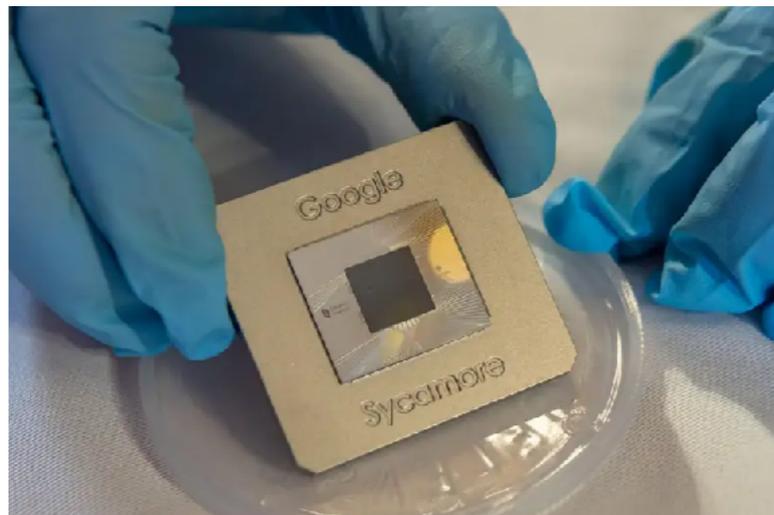
量子計算の原理は古典計算と根本的に違うが、未知ではない

言ってしまうえばただの行列計算

- 量子状態 →  $2^n$ 個の複素数
  - ゲート →  $2^n \times 2^n$ のユニタリ行列
- 量子は古典でエミュレートできる

ただし、複素数一つ128ビットなら状態の記述に $2^{n+4}$ バイト必要

$n=50$ で16PB ← cf. 富岳 5PB、Summit 10PB



←  
Cannot emulate



# 「QCにしかできないこと」とは？

- ユニタリ演算で実装するのが最も効率的であるような計算
  - 古典コンピュータでも結局QCのエミュレーションをすることになる
  - Googleの2018年量子超越実験のタネ：  
ランダム量子回路の出力を計算するには量子回路を組むしかない  
→ 53ビット回路のエミュレーションにはRAMが128PB必要＝無理
- ユニタリで実装でき、どんな実装でも莫大なRAMを使う計算
  - (量子) 物理系のシミュレーションなど



# QCの適用例候補

- 状態空間の多次元性に注目
  - 量子系のシミュレーション
  - ある種の最適化問題
  - ある種の機械学習
- 干渉効果に注目
  - 素因数分解
  - 逆行列計算
  - データベース検索
- ?????

# 有名なアルゴリズム 1



## 量子位相推定 (Quantum phase estimation)

- 多項式時間での素因数分解 (Shorのアルゴリズム) で利用される

- 大きい数の素因数分解が早くできるとRSA暗号が解けてしまう



- 入力：ユニタリ  $U$  と固有状態  $|\psi\rangle$

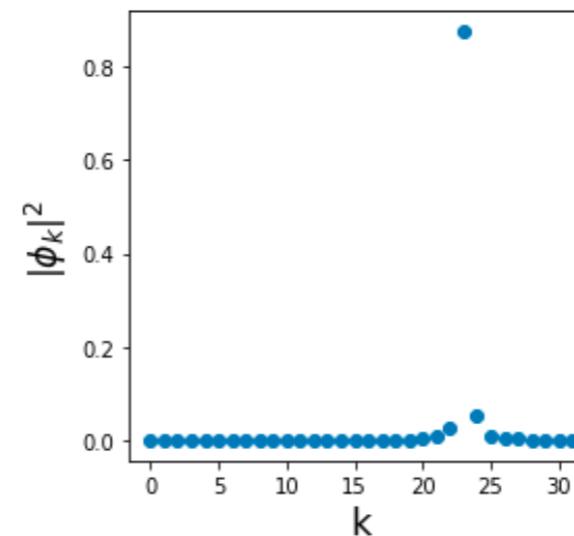
$$U|\psi\rangle = e^{2\pi i\theta} |\psi\rangle \quad (\theta \in [0,1] \text{ は未知})$$

- 出力：状態  $\sum_k \phi_k^\theta |k\rangle$

$$|\phi_k^\theta| \sim 1 \text{ if } k \sim 2^n \theta$$

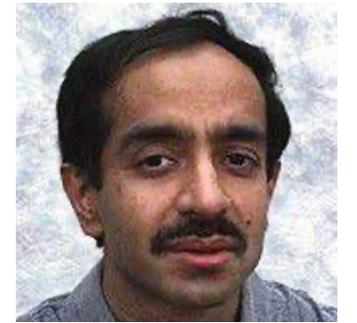
- $\mathcal{O}(\text{poly}(n))$  個のゲートで実現

← 古典的実装では  $\mathcal{O}(\text{poly}(n) \cdot 2^n)$  回の演算が必要



例：  $n = 5, \theta = 0.225$

# 有名なアルゴリズム 2



## 非構造化データベース検索 (Groverのアルゴリズム)

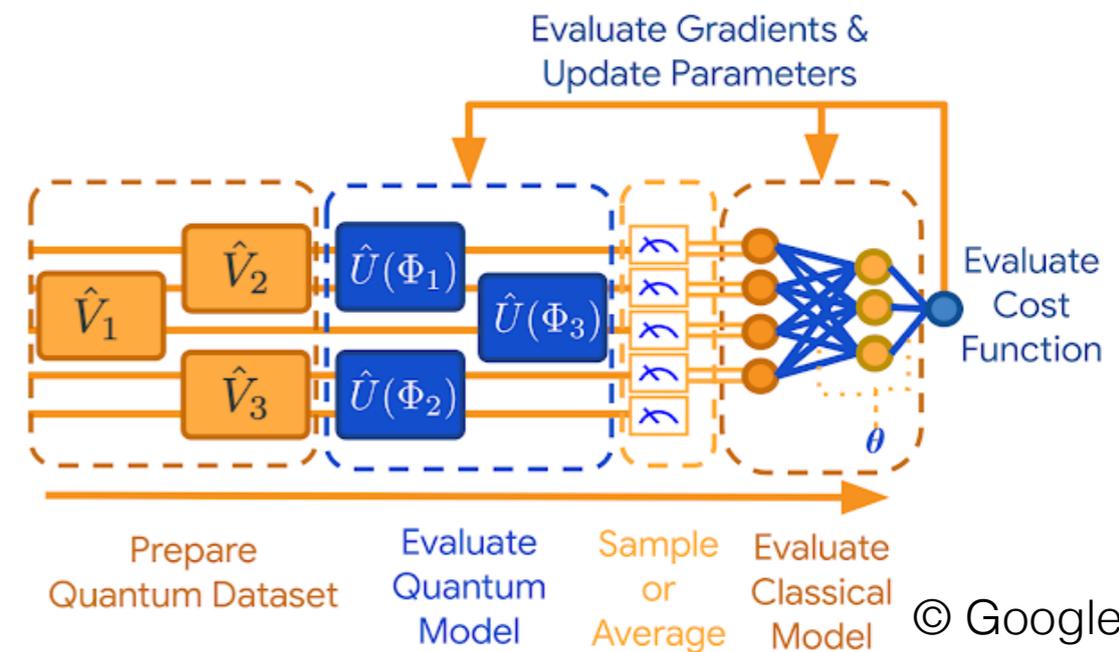
- 入力：探す対象を表す状態  $|\omega\rangle$  と、以下のように作用する演算  $G$ 

$$\begin{cases} G|x\rangle = -|x\rangle & \text{for } x = \omega, \\ G|x\rangle = |x\rangle & \text{otherwise} \end{cases}$$
- 初期状態：  $N$ 次元空間の基底  $\{|x\rangle\}$  の均一な重ね合わせ  $1/\sqrt{N} \sum_x |x\rangle$   
 ただし  $|\omega\rangle \in \{|x\rangle\}$
- 出力：状態  $\frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} (|\omega\rangle + \epsilon |\Omega\rangle)$ ,  $|\epsilon| \ll 1$
- $\mathcal{O}(\sqrt{N})$  回の  $G$  の作用 (クエリ) で実現  
 ← 古典実装なら最大  $N$  クエリ必要

# 素粒子屋がQCを研究する理由

## 量子機械学習

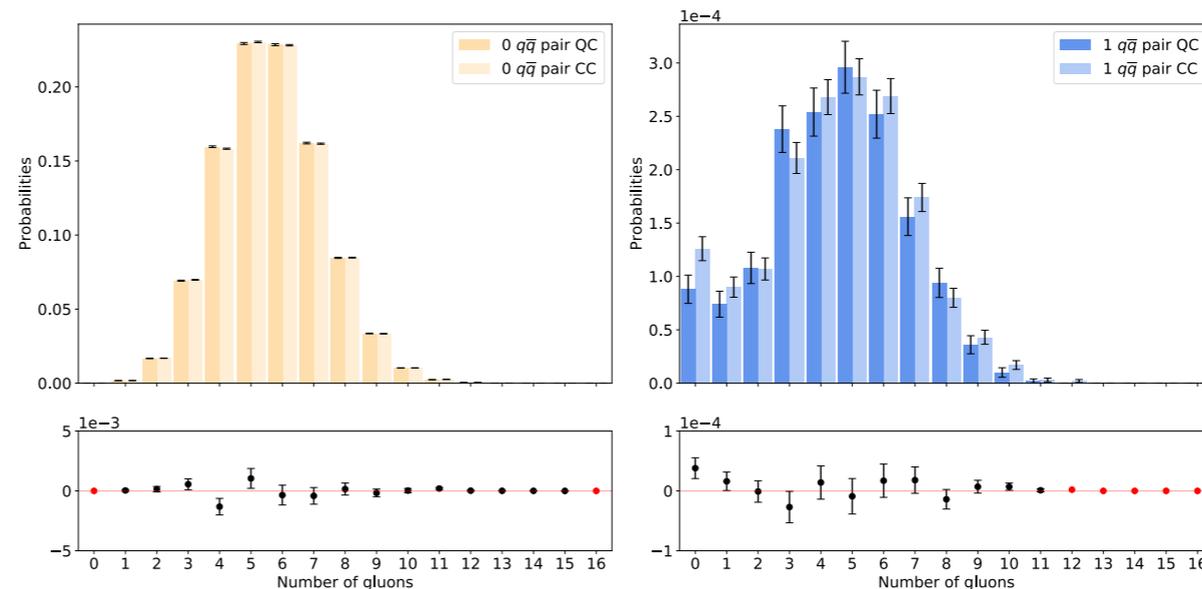
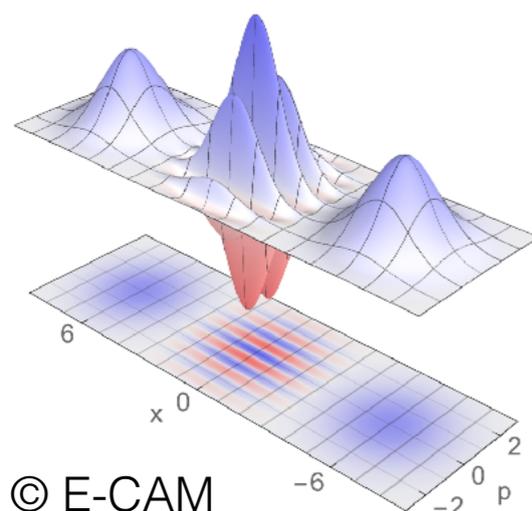
- データ点を超多次元のヒルベルト空間にマッピングする  
→未知の特徴量に対して感度を持つかも？
- 逆行列計算、近似最適化、etc.  
→学習の高速化？
- 機械学習 = 高次のフィッティング  
回転ゲートの集まり = フーリエ変換  
→学習の効率化？



# 素粒子屋がQCを研究する理由

## 量子シミュレーション

- 大きい量子系のダイナミクスを追うには量子系が必要
- 場の量子論の第一原理計算ができるか？
- 第一原理でなくとも、分岐が指数関数的に増えていくような問題に適応できる？
- 量子測定のランダム性→MC



2109.13975

# なぜ疑問符ばかり？

プログラマブル量子コンピュータはすでに存在する

紹介したアルゴリズムが走るような汎用量子計算機はまだない

→ QCの応用研究はまだ Proof of principle / extrapolation の世界

→ 「やってみないとわからないこと」はまだわからない



# 汎用量子計算機の必須条件：エラー耐性

QCはほぼ原理的にエラーを起こす

- 量子系が状態を保つ ← 外部との相互作用がない
- 量子系を操作する ← 外部からガンガン手を入れる

QCエラーの現状：

- IBMのマシンのゲートあたりエラー率 =  $10^{-3} \sim 10^{-2}$
  - 35を素因数分解するのに必要なゲート数 ~20000
- 限りなく1に近い確率で計算結果が間違えている！

エラー率は下げられても0にはならない

→ リアルタイムでエラーを訂正しながら計算を行う必要

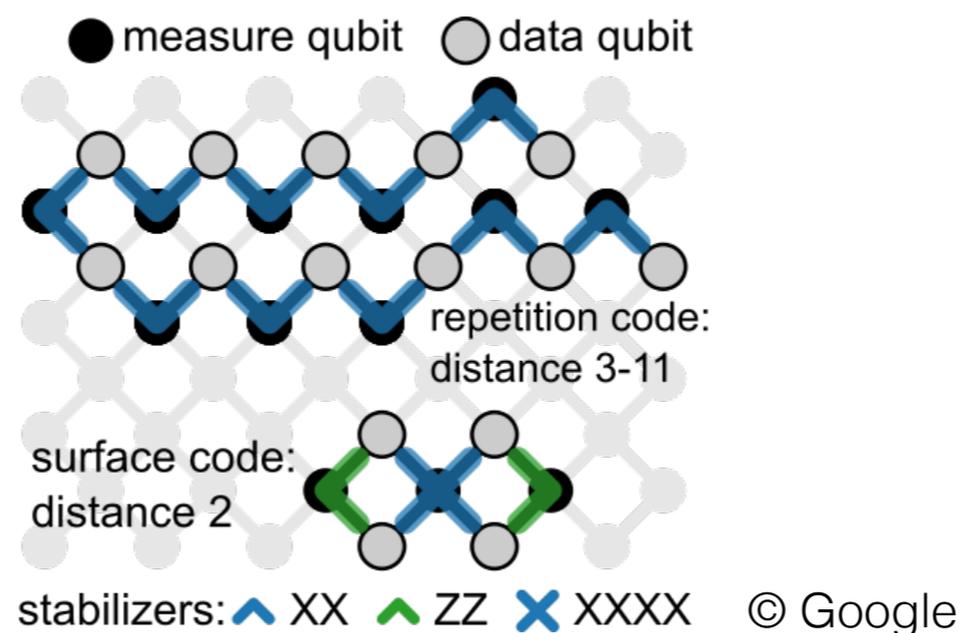
# エラー耐性の必要条件

エラー訂正の根本原理：

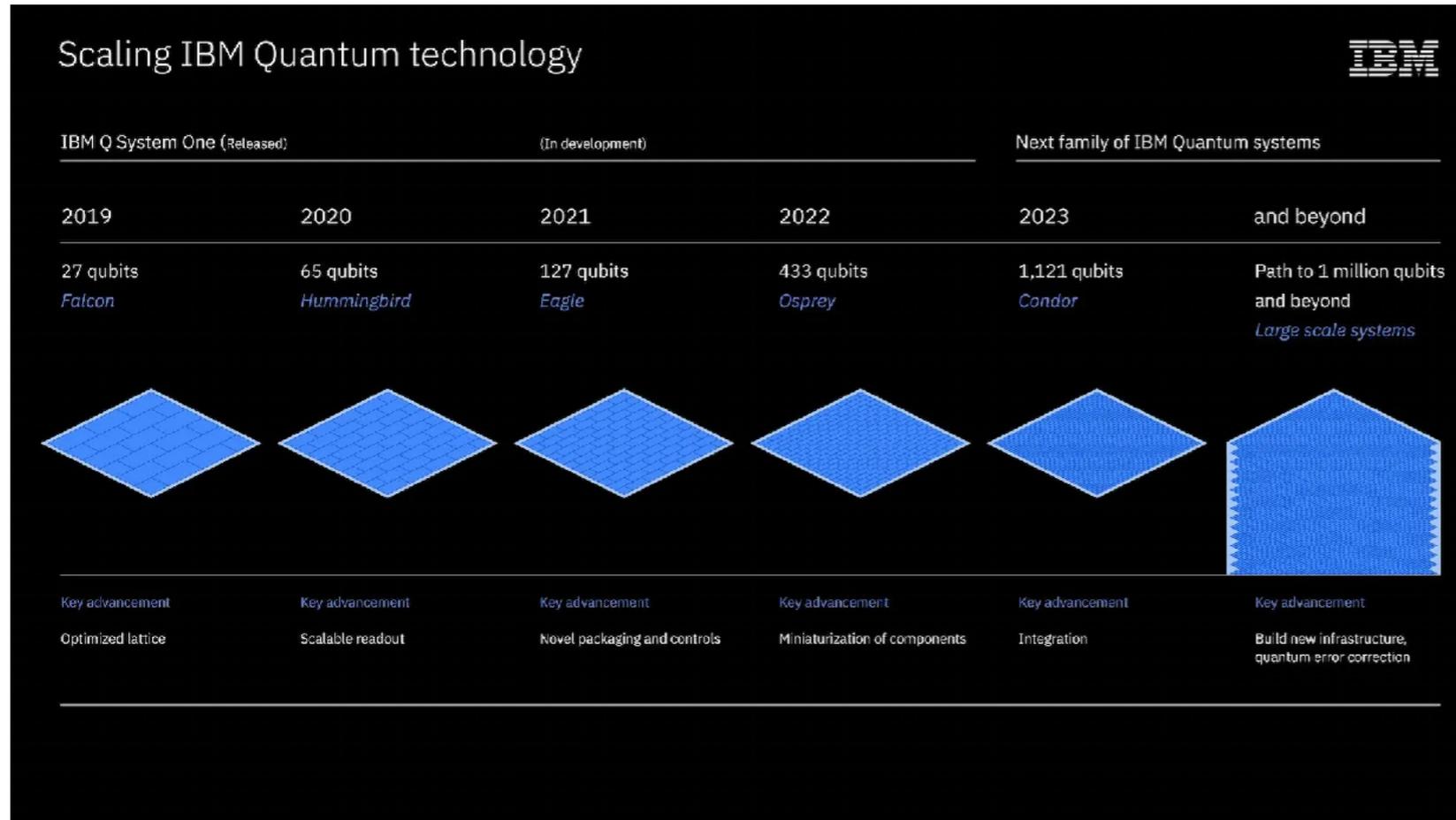
一つの量子ビットの状態をたくさんの量子ビットで共有する  
 = たくさんの「物理的ビット」を「論理的ビット」に

エラー率  $10^{-3} \sim 10^{-2} \rightarrow \mathcal{O}(10^{2 \sim 3})$  物理的ビット / 論理的ビット

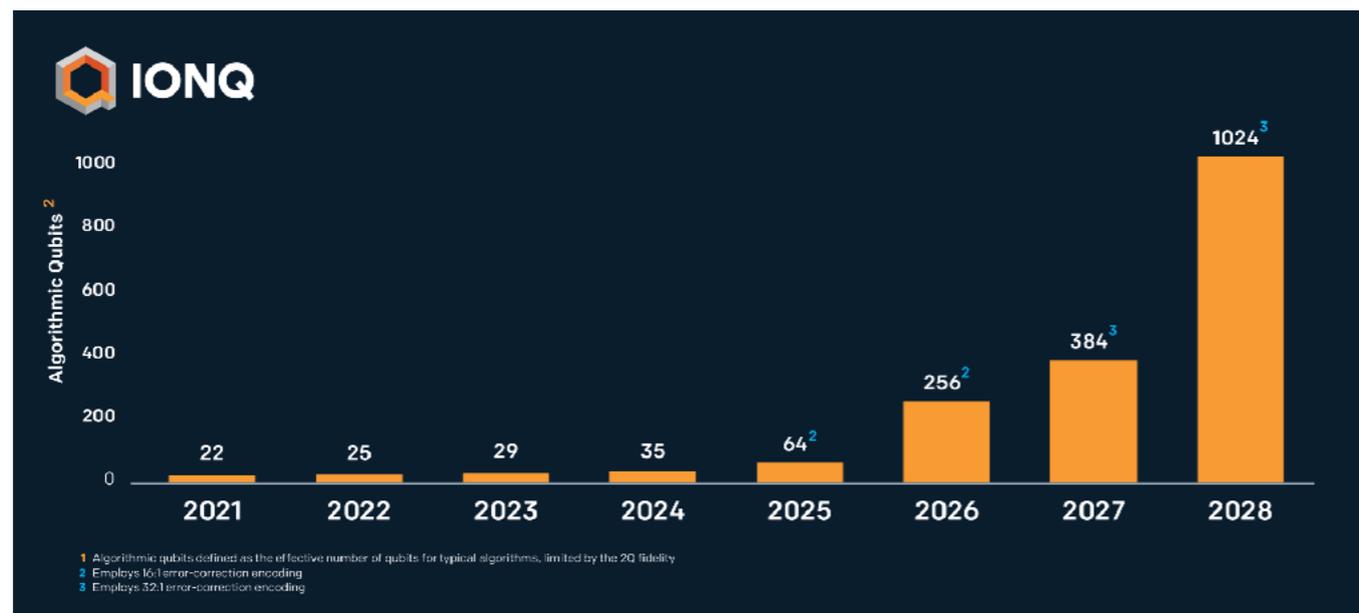
$\geq 50$  論理的ビットで計算したい  $\rightarrow$  数千～数万物理的ビット必要



# 量子ビット数



物理的ビット数の  
ロードマップ (IBM)

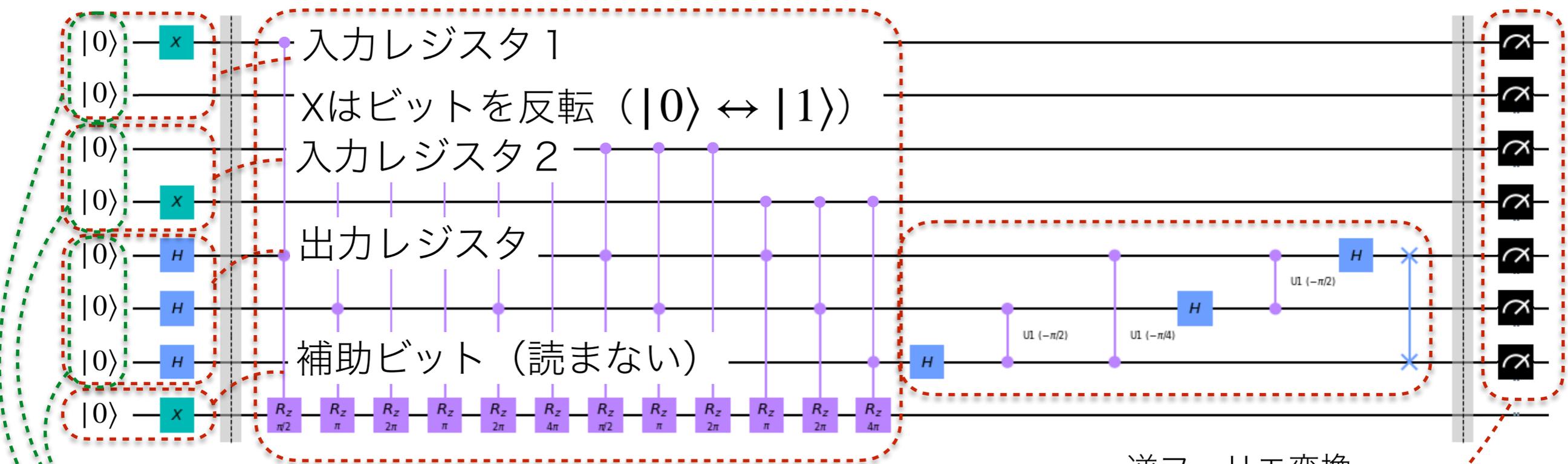


論理的ビット数の  
ロードマップ (IONQ)

\* IONQのゲートあたりエラー率は  
IBMより一桁小さい

# 量子計算の具体例：1+2を計算する

※量子ビットを下から上に順序づけている



初期状態  $|000\rangle \otimes |00\rangle \otimes |00\rangle$  出力レジスタの各基底に入力に応じた位相がかかる

逆フーリエ変換

$$\sum_{k=0}^{2^n-1} \exp\left(\frac{2\pi i}{2^n}jk\right) |k\rangle \xrightarrow{\text{I.F.T.}} |j\rangle$$

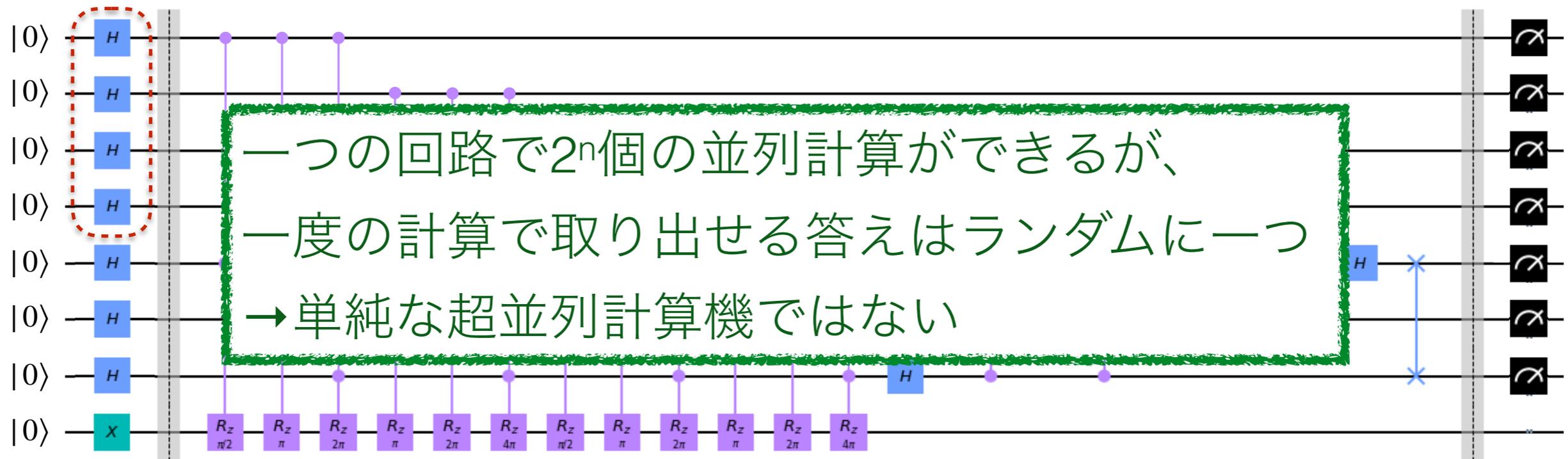
$3 = 2 + 1$

測定結果 2 ビット列 011 10 01

$$U_{\Sigma}(|000\rangle |m\rangle |n\rangle) = |m+n\rangle |m\rangle |n\rangle$$

$$\frac{1}{4} \sum_{k=0}^7 \exp\left(\frac{2\pi i}{8}3k\right) |k\rangle \otimes |10\rangle \otimes |01\rangle \rightarrow |011\rangle \otimes |10\rangle \otimes |01\rangle$$

# 16個の足し算を並列計算する



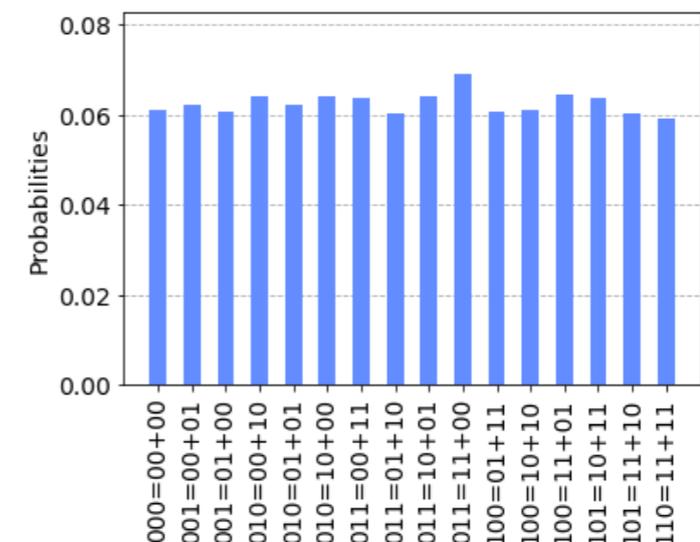
$\{0, 1, 2, 3\} \times \{0, 1, 2, 3\}$  重ね合わせで始める

$$U_{\Sigma} \left( |000\rangle \otimes \frac{1}{2} \sum_{m=0}^3 |m\rangle \otimes \frac{1}{2} \sum_{n=0}^3 |n\rangle \right)$$

$$= \frac{1}{4} \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^3 |m+n\rangle \otimes |m\rangle \otimes |n\rangle$$

各 $m, n$ の組み合わせに対して答えが出る

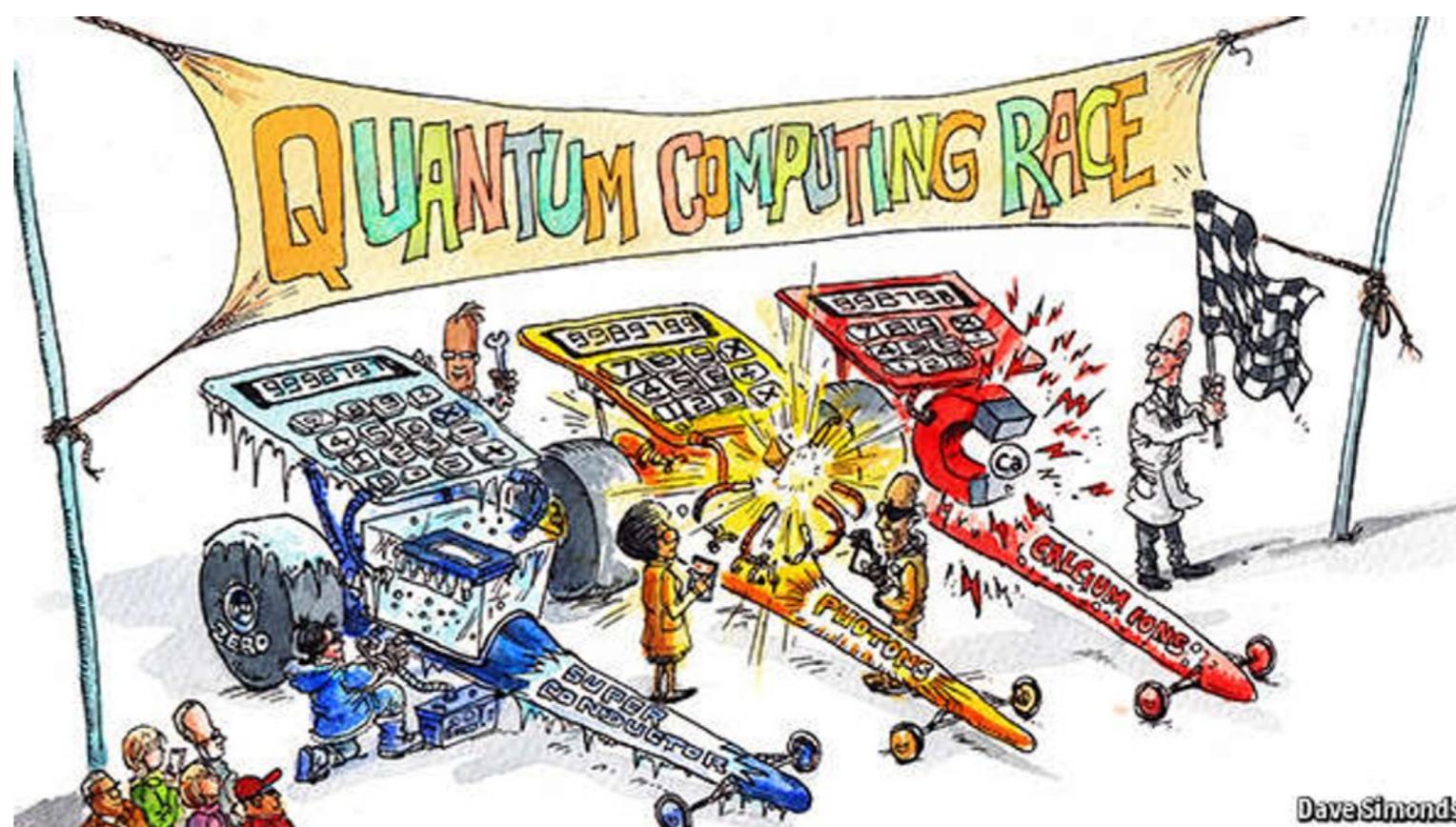
10000回計算+測定(shot)を実行し  
ヒストグラムを得ると：



# 量子ビットをどう作る？

コントロールと測定ができる2準位系ならなんでもいい

- 超電導非調和振動子
- イオントラップ
- 光子
- 核磁気共鳴
- 浮揚電子
- ダイヤモンド格子欠陥
- 量子ドット



Dave Simonds

© The Economist

# 超電導量子ビット

LC振動回路のLをジョセフソン結合で置き換える

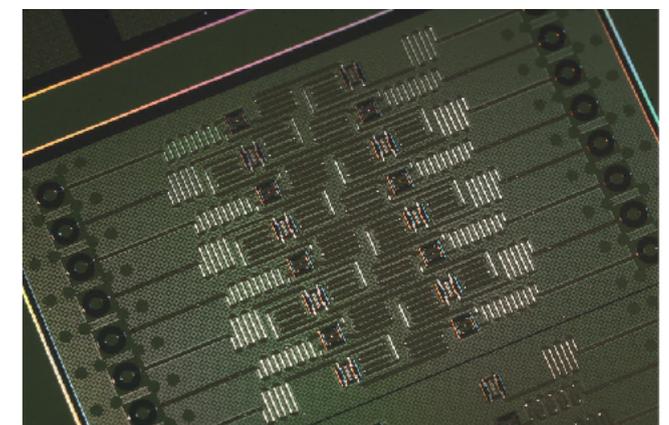
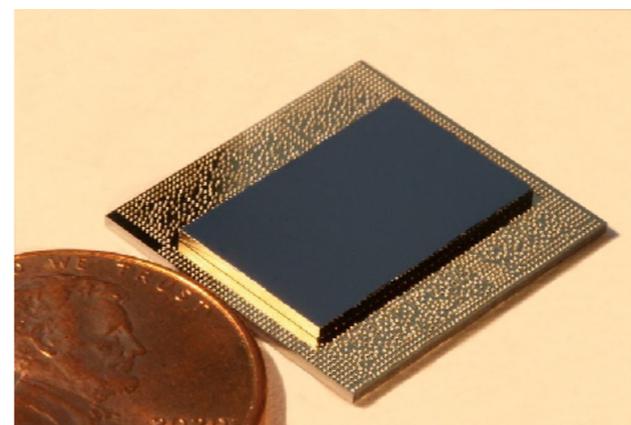
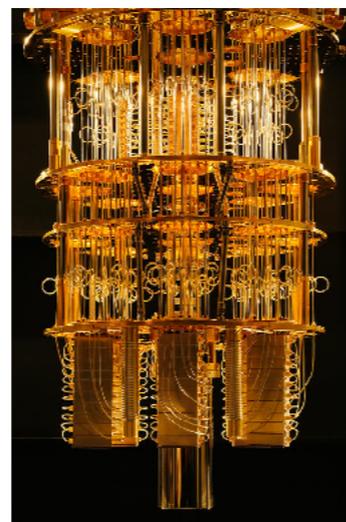
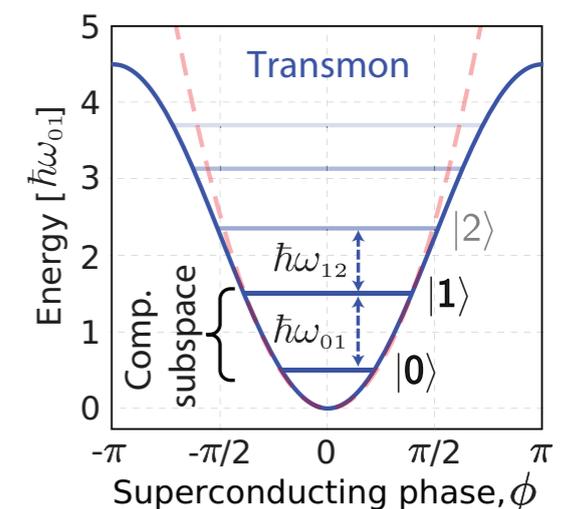
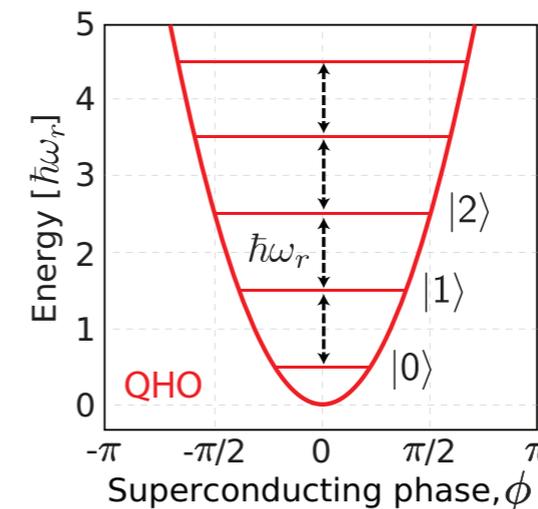
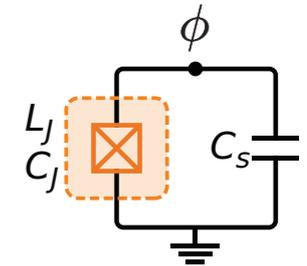
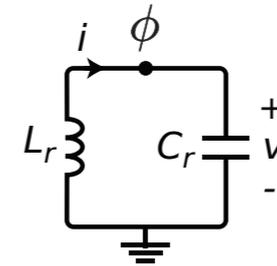
→ 非調和振動子回路になる ( $\omega_{01} \neq \omega_{12}$ )

$\omega_{01}$ のマイクロ波パルスでコントロール

→  $|0\rangle$ と $|1\rangle$ だけの系とみなせる

- 作製・コントロール技術が確立している
- 早い
- ある程度スケールラブル

→ QC競争のフロントランナー



# 素粒子物理への応用例

## 物理解析

- ヒッグスボゾン信号識別 [10.1038/nature24047](https://doi.org/10.1038/nature24047), [10.1103/PhysRevA.102.062405](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.102.062405), [10.1051/epjconf/202125103070](https://doi.org/10.1051/epjconf/202125103070)
- SUSY信号識別 [10.1007/s41781-020-00047-7](https://doi.org/10.1007/s41781-020-00047-7)
- $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$  崩壊識別 [2103.12257](https://doi.org/10.1007/s41781-020-00047-7)
- Unfolding [10.1007/JHEP11\(2019\)128](https://doi.org/10.1007/JHEP11(2019)128)

## 事象再構成・検出器

- トラッキング [1902.08324](https://doi.org/10.1007/s41781-020-00047-7), [10.1051/epjconf/202024509013](https://doi.org/10.1051/epjconf/202024509013), [10.5281/zenodo.4088473](https://doi.org/10.5281/zenodo.4088473), [10.1051/epjconf/201921401012](https://doi.org/10.1051/epjconf/201921401012)
- バーテックス再構成 [1903.08879](https://doi.org/10.1007/s41781-020-00047-7)
- ジェットクラスタリング [10.1103/PhysRevD.101.094015](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.094015)

## シミュレーション

- 場の理論シミュレーション (例多数)
- パートンシャワー [10.1103/PhysRevLett.126.062001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.126.062001)

# $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ 崩壊識別

2103.12257

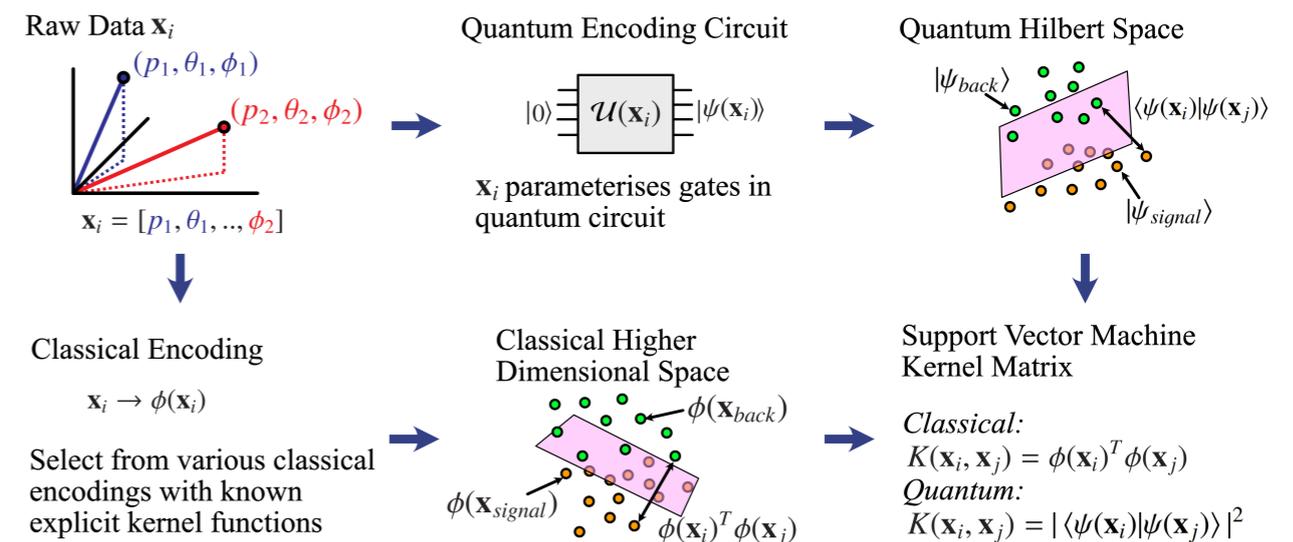


入力：事象中の  $B$ -candidates 以外の粒子の運動量

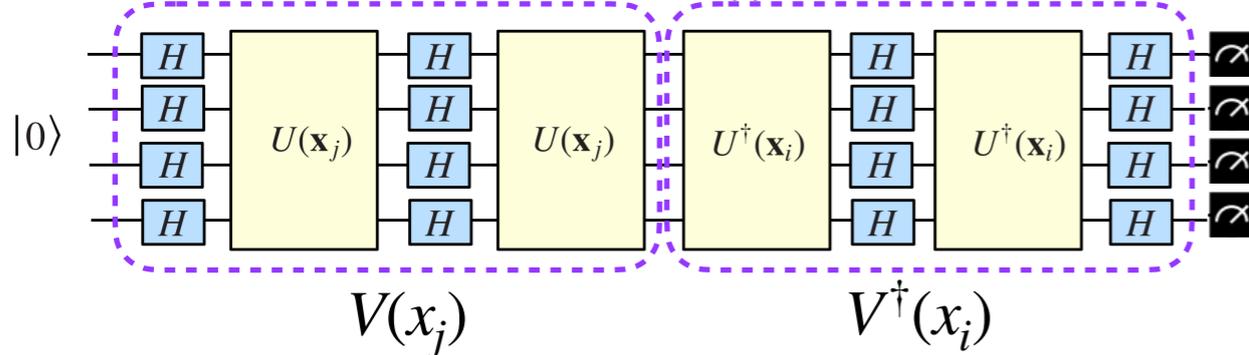
出力： $B\bar{B}$  / continuum discriminant

## Quantum support vector machine

- 量子回路で入力データ点を量子状態にマッピング
  - 回転ゲートの角度にデータ値
- データ点間の内積 = 距離を算出し、データを2つのクラスに分ける



### QSVM回路



$$P(0) = |\langle 0 | V^\dagger(x_i) V(x_j) | 0 \rangle|^2$$

| Encoding Circuit                         | Accuracy | AUC   |
|--|----------|-------|
| Combinatorial Encoding                   | 0.765    | 0.827 |
| Separate Particle (Without $\phi$ Bloch) | 0.787    | 0.853 |
| Bloch Sphere Encoding                    | 0.786    | 0.861 |
| Separate Particle (with Bloch)           | 0.808    | 0.877 |
| Classical RBF Kernel SVM                 | 0.794    | 0.865 |
| XGBoost                                  | 0.617    | 0.648 |

3 particle eventsでの性能比較

# もっと知りたい人のために

- Qiskit textbook
  - Youtube channel
- Quantum Native Dojo
- 量子コンピューティング・ワークブック
- PennyLane
- Stanford lecture notes
- John Preskill (Caltech) lecture notes