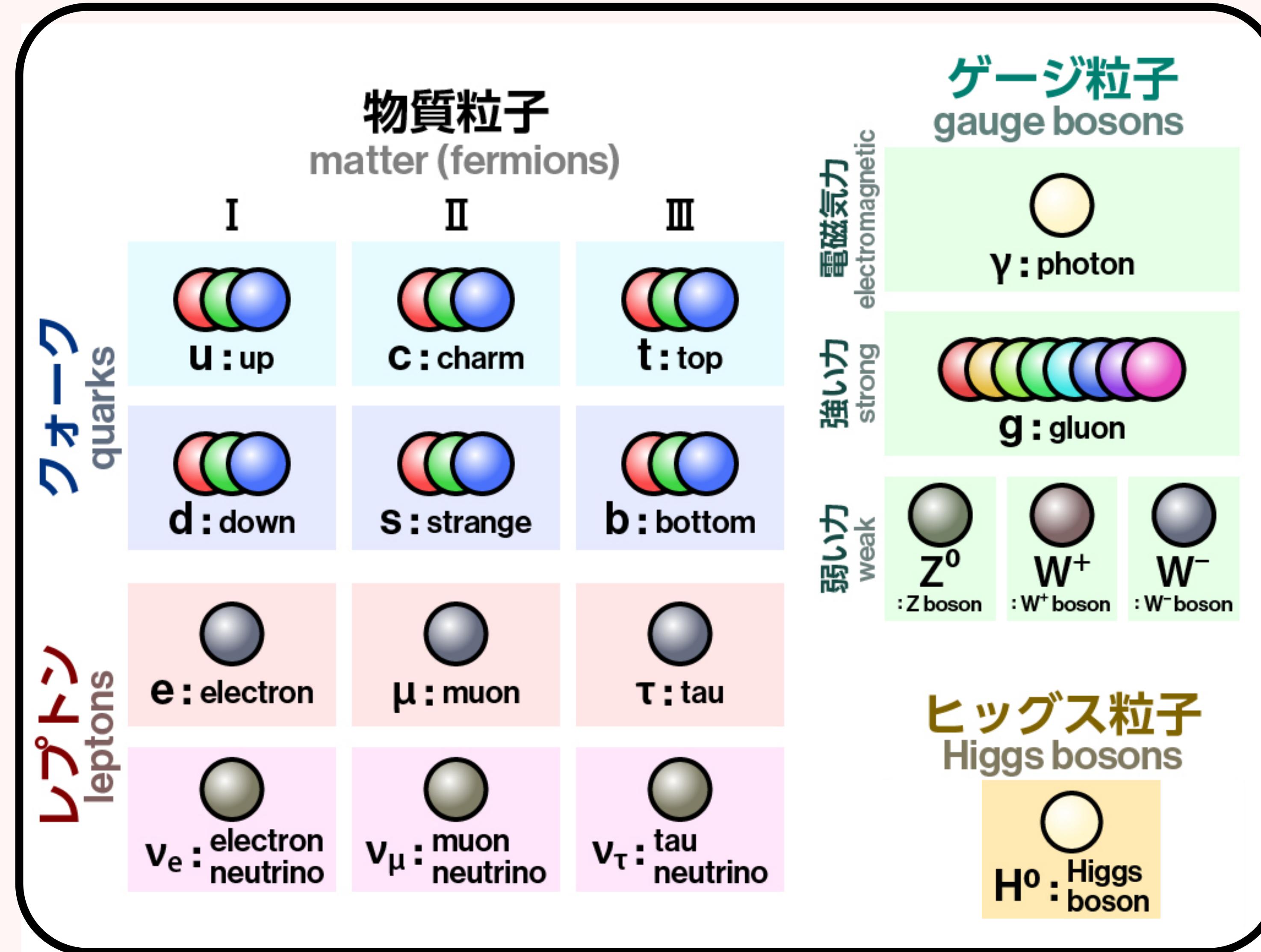


標準模型入門

阿部智広



既存の素粒子



標準模型の構造

ゲージ対称性

強い相互作用

$$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

電弱相互作用

A diagram showing the electroweak interaction as a product of the strong interaction and the $U(1)_{\text{QED}}$ gauge symmetry. It consists of two horizontal arrows: a blue arrow pointing right labeled "強い相互作用" above it, and an orange arrow pointing right labeled " $U(1)_{\text{QED}}$ " below it. The two arrows meet at a vertical junction.

$$U(1)_{\text{QED}}$$

ヒッグス機構 (対称性の自発的破れ)

湯川相互作用

$$-\bar{q}_L^i \tilde{H} y_u^{ij} u_R^j - \bar{q}_L^i H y_d^{ij} d_R^j - \bar{\ell}_L^i H y_e^{ij} e_R^j$$

- ★ フェルミオンの質量
- ★ カビボ-小林-益川行列
- ★ CP対称性の破れ
- ★ ヒッグスとの相互作用 (ヒッグスをLHCでつくるのに重要)

ヒッグスポテンシャル

$$V = \mu^2 H^\dagger H + \lambda (H^\dagger H)^2$$

- ★ 対称性の自発的破れ
- ★ ヒッグス粒子の質量
- ★ ヒッグス粒子間の相互作用

依頼された講義内容

標準模型のうち特に以下の項目を実験のM1対象に話す

- ・ファインマン図
- ・弱い相互作用
- ・小林益川行列 (CKM matrix)

この研究会の過去のページにいくと、標準模型のレビュートークのスライドがたくさんあるので、そちらも参照。

ファインマン図

粒子の散乱とかを考えたい

[復習]量子力学の時

- ・ポテンシャル中のシュレディンガーエルミテ方程式を解く
- ・まともに解くのは大変
- ・相互作用が小さい場合は**摂動論**が有効

摂動論復習

時間に依存する摂動論

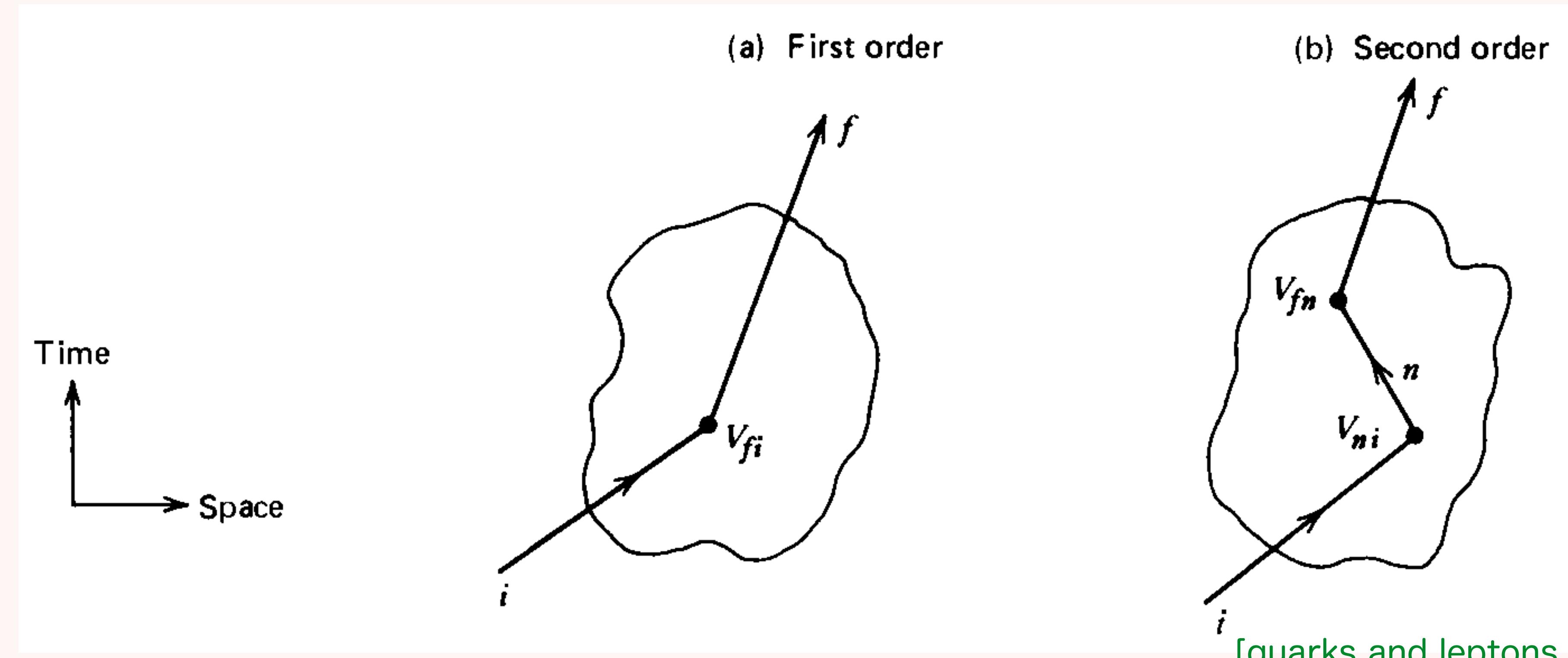
- 始状態が i のときの終状態の波動関数は

$$\psi(t_f, \mathbf{x}) = \sum_n c_n \phi_n(\mathbf{x}) e^{-iE_n t_f}$$
$$c_f = \delta_{fi} + \left(-iV_{fi} - i \sum_{n \neq i} V_{fn} \frac{1}{E_i - E_n} V_{ni} + \dots \right) (2\pi) \delta(E_f - E_i)$$

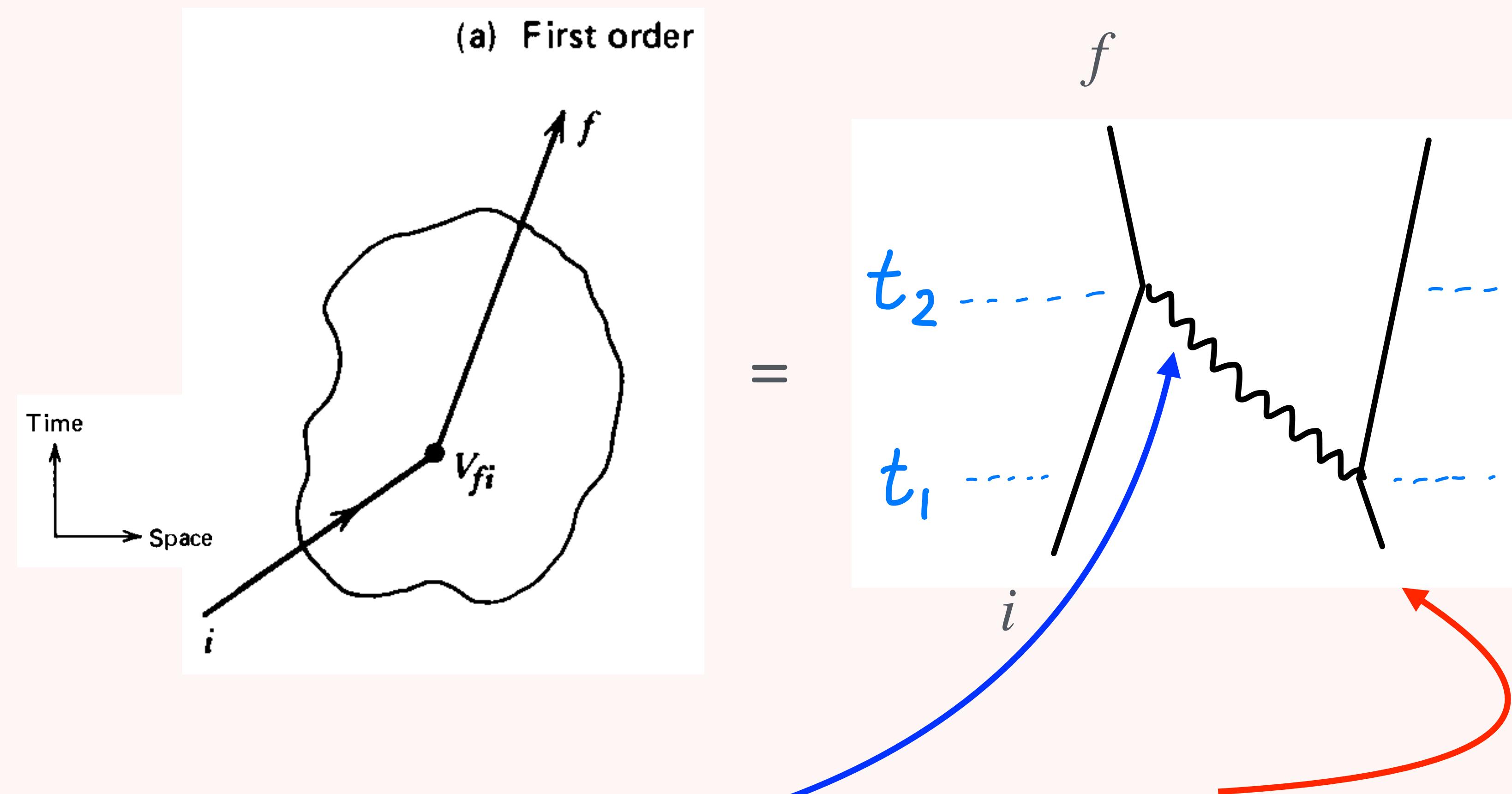
ここで $V_{fi} = \langle f | V | i \rangle$ など

摂動論復習

$$c_f = \delta_{fi} + \left(-iV_{fi} - i \sum_{n \neq i} V_{fn} \frac{1}{E_i - E_n} V_{ni} + \dots \right) (2\pi)\delta(E_f - E_i)$$



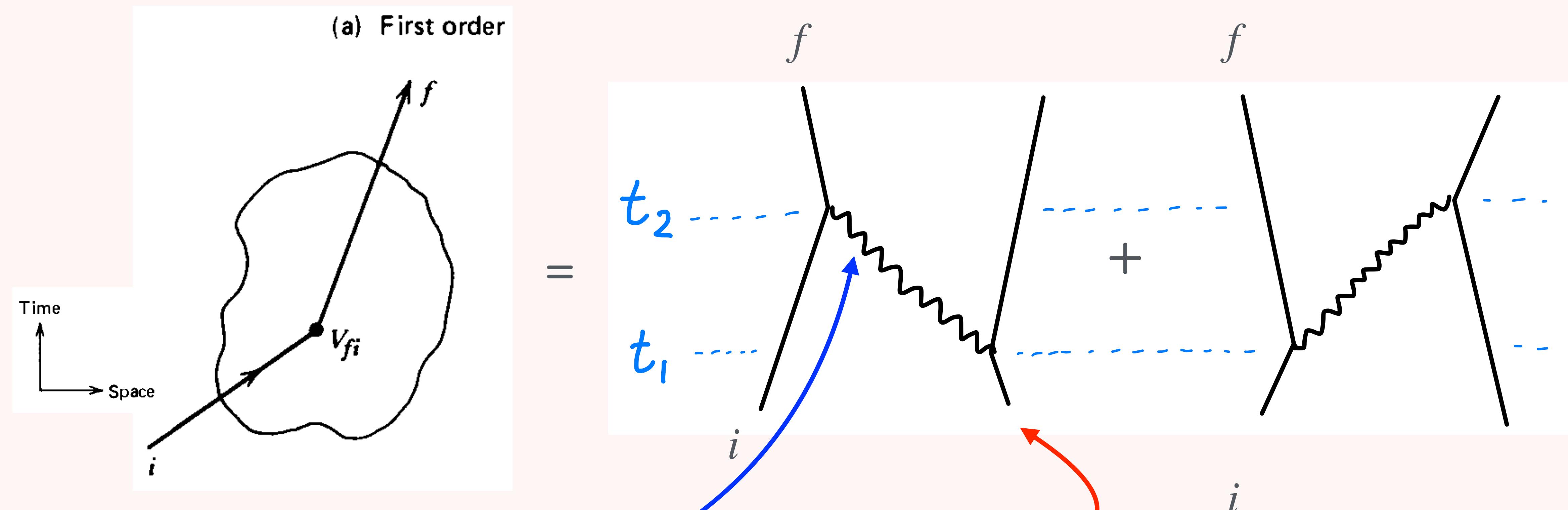
ポテンシャルも粒子で作られる



ポテンシャルの伝搬
(QEDなら光子)

この粒子がつくるポ
テンシャルで散乱

ポテンシャルも粒子で作られる

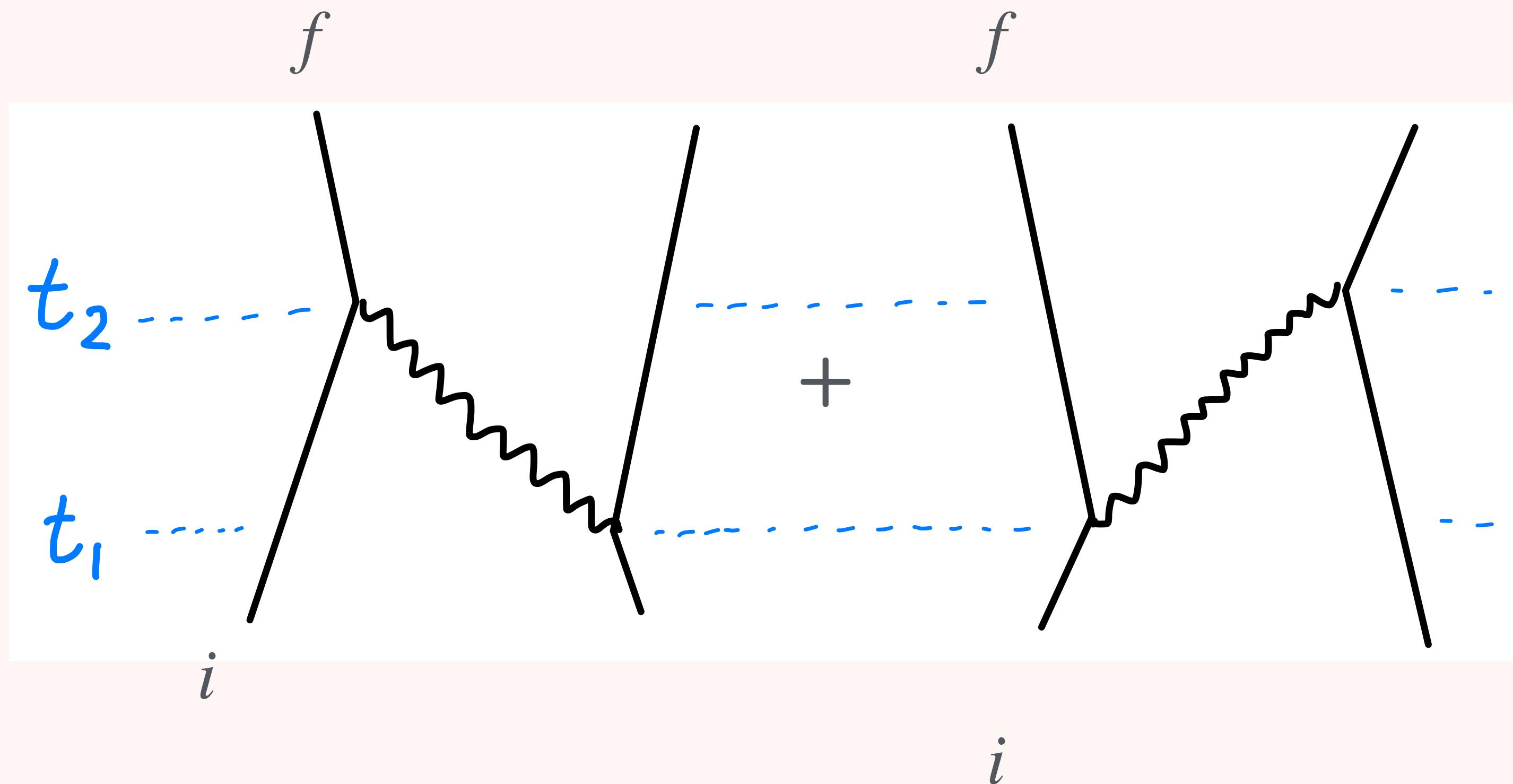


ポテンシャルの伝搬
(QEDなら光子)

この粒子がつくるポ
テンシャルで散乱

こういうのもある

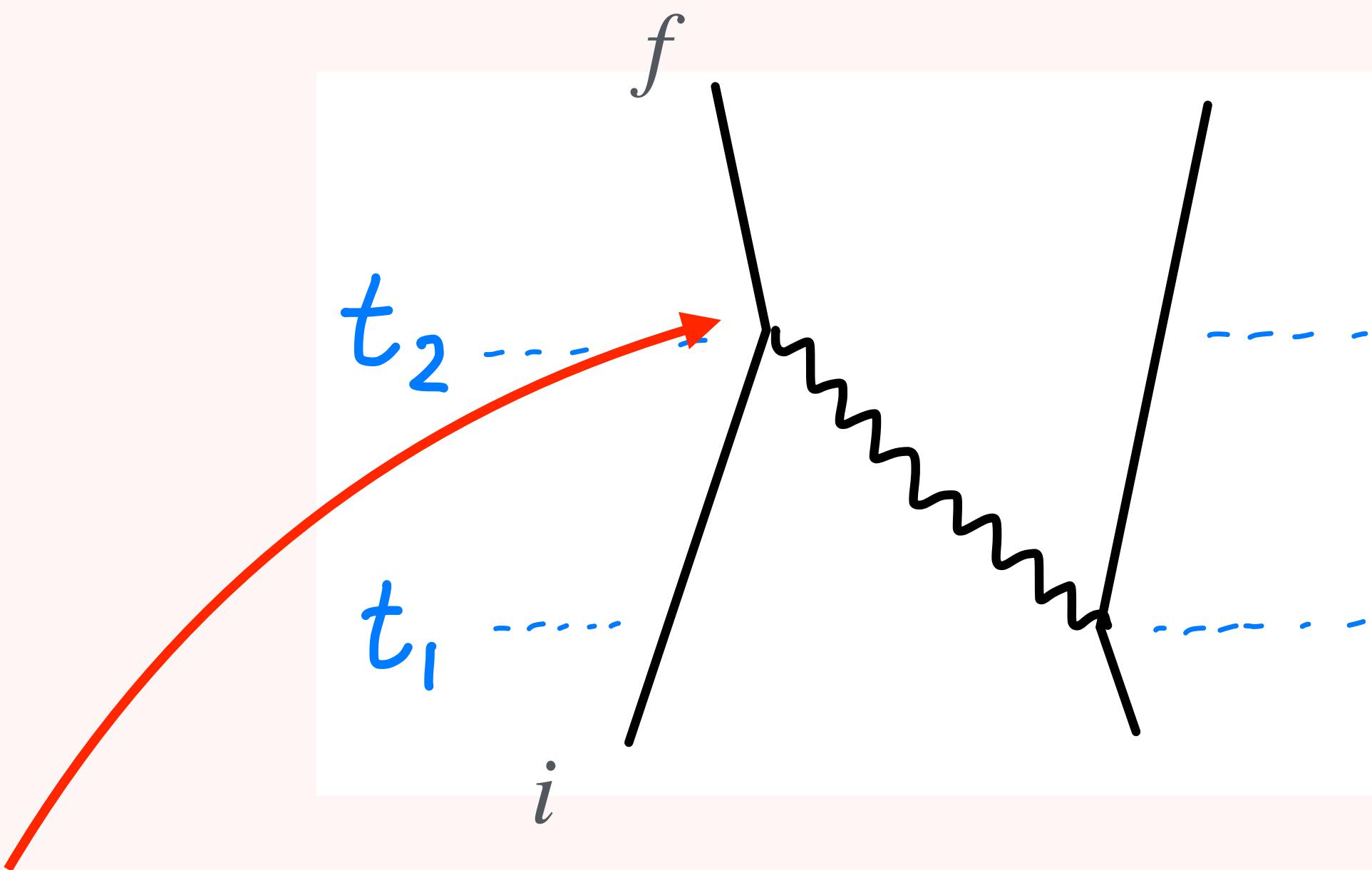
たしたのがファインマン図



両方足したやつがファインマン図

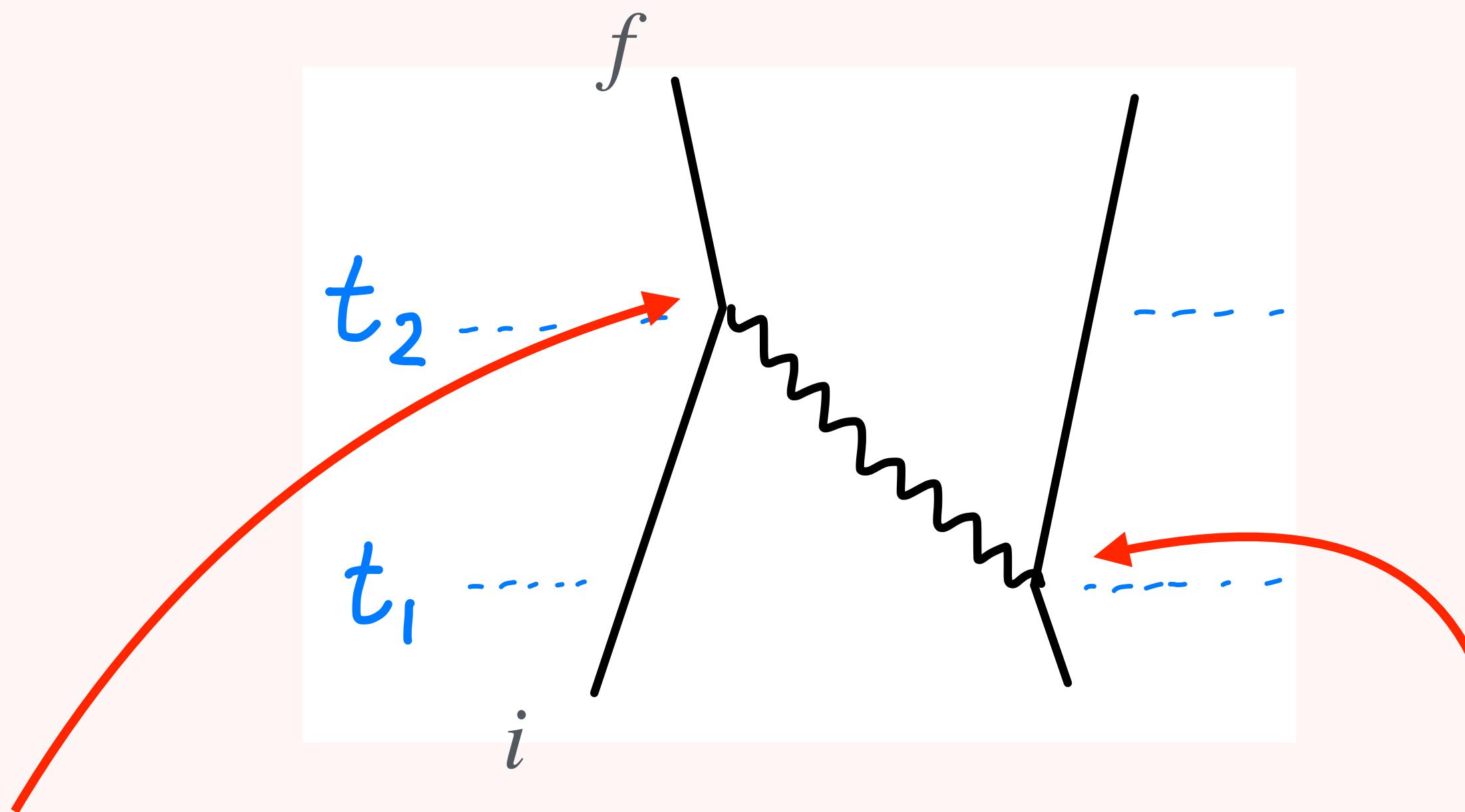
- ▶ 途中の時間順序は図示されていない（両方たされている）
- ▶ 始状態と終状態の時間順序はある

ダイアグラムの解釈



運動量 \vec{p}_i をもつ粒子が消え,
運動量 $\vec{p}_f - \vec{p}_i$ を持つ光子が消え,
運動量 \vec{p}_f をもつ粒子が生成されている,
ようにみえる

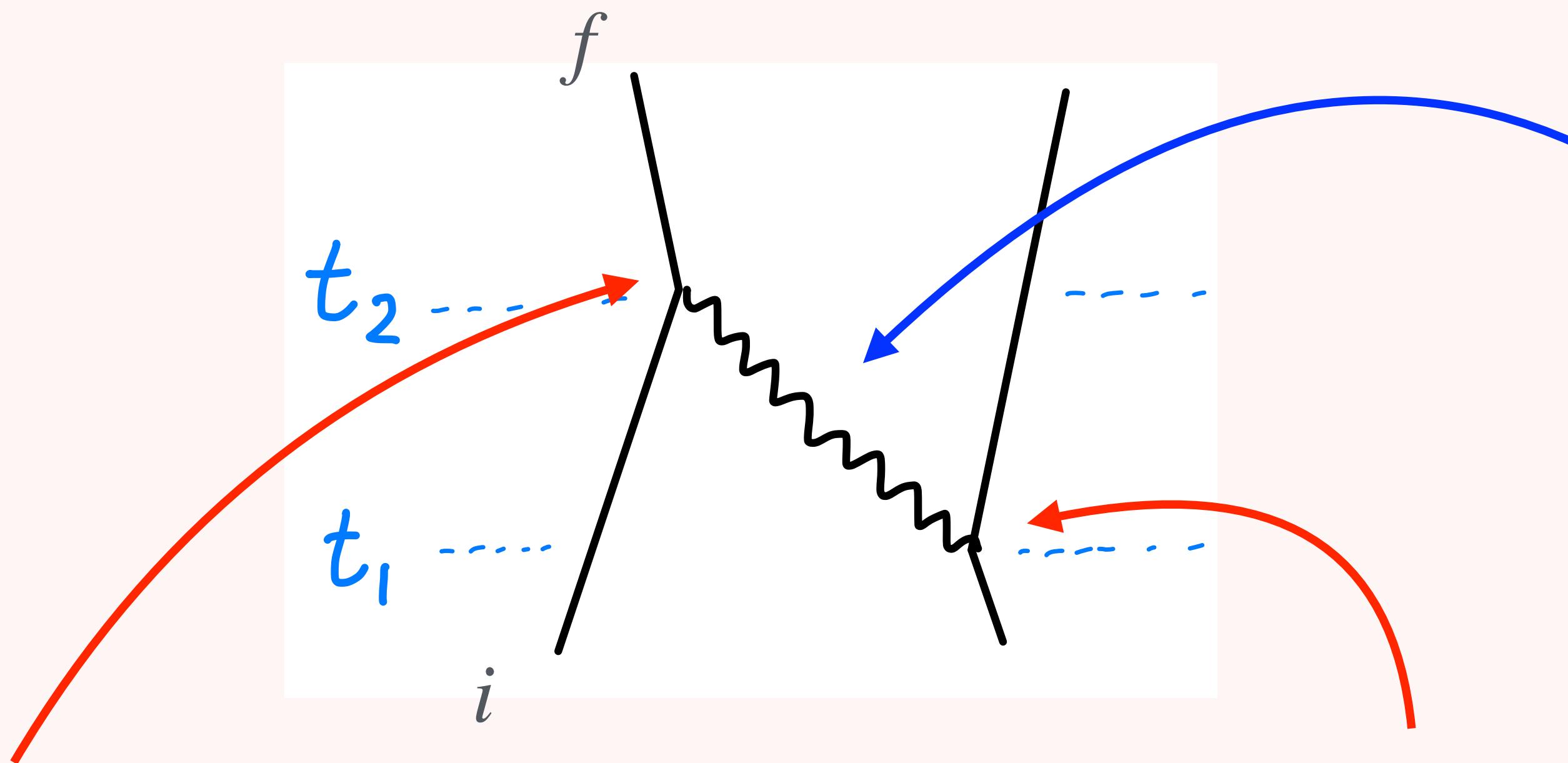
ダイアグラムの解釈



運動量 \vec{p}_i をもつ粒子が消え,
運動量 $\vec{p}_f - \vec{p}_i$ を持つ光子が消え,
運動量 \vec{p}_f をもつ粒子が生成されている,
ようにみえる

運動量 \vec{p}_j をもつ粒子が消え,
運動量 $\vec{p}_j - \vec{p}_g$ を持つ光子が生成され,
運動量 \vec{p}_g をもつ粒子が生成されている,
ようにみえる

ダイアグラムの解釈



運動量 \vec{p}_i をもつ粒子が消え,
運動量 $\vec{p}_f - \vec{p}_i$ を持つ光子が消え,
運動量 \vec{p}_f をもつ粒子が生成されている,
ようにみえる

運動量 \vec{p}_j をもつ粒子が消え,
運動量 $\vec{p}_j - \vec{p}_g$ を持つ光子が生成され,
運動量 \vec{p}_g をもつ粒子が生成されている,
ようにみえる

運動量
の伝播

$\vec{k} \equiv \vec{p}_f - \vec{p}_i = \vec{p}_j - \vec{p}_g$ の光

生成・消滅演算子

V_{fi} の部分が粒子の生成・消滅に見える

$$V_{fi} = \langle f | V | i \rangle \quad \stackrel{?}{\propto} \langle \vec{p}_f | a_{\vec{p}_f}^\dagger a_{\vec{k}} a_{\vec{p}_i} | \vec{p}_i \rangle$$

運動量 \vec{p}_f をもつ粒子を生成する

運動量 \vec{p}_i をもつ粒子を消す

運動量 $\vec{p}_f - \vec{p}_i$ を持つ光を消す

生成・消滅演算子で与えるには「場の量子論」が必要

場の量子論

QFT

- ・場 ($\phi(t, \vec{x})$ など) の量子論
- ・(学部で学んだ量子力学はもっぱら粒子についての量子論)
- ・ラグランジアンが出てくる
- ・摂動論をやる際には、場は調和振動子の集まりだと思っておけばよい
- ・調和振動子の復習をする

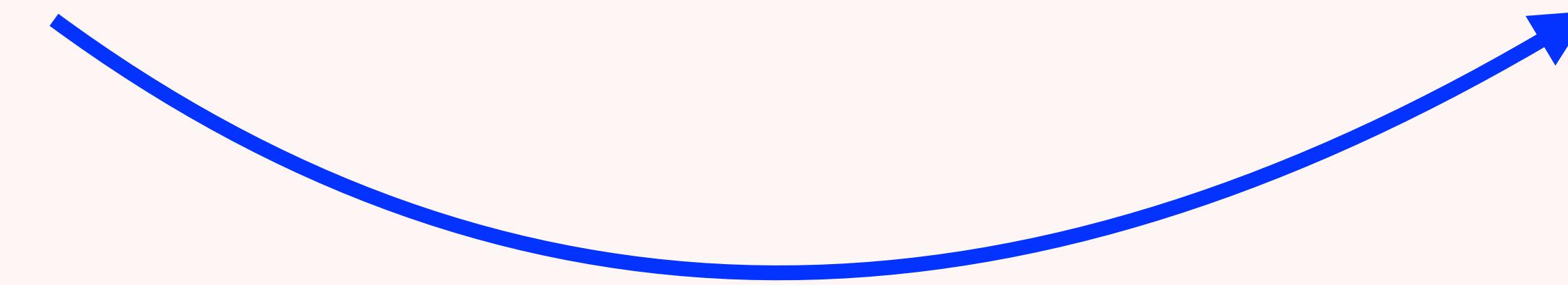
調和振動子 1 個とラグランジアン

ラグランジアン

$$L = \frac{m}{2} \dot{x}^2 - \frac{m\omega^2}{2} x^2$$

運動方程式

$$m\ddot{x} = -m\omega^2 x$$

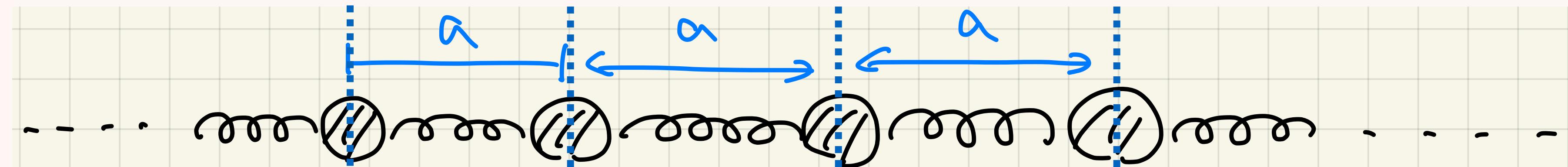


変分原理

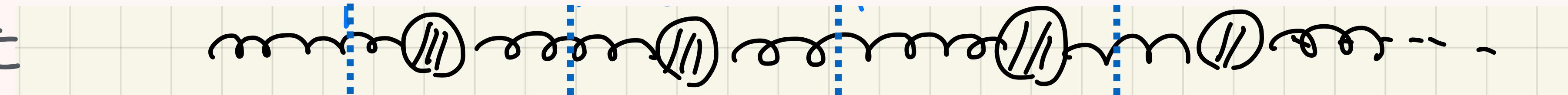
$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

たくさんの中和振動子とラグランジアン

平衡状態



ξ_j だけはずれた



$$\xi_{n-1} \quad \xi_n \quad \xi_{n+1} \quad \xi_{n+2}$$

ラグランジアン

$$L = \sum_j \frac{m}{2} \dot{\xi}_j^2 - \sum \frac{m\omega^2}{2} (\xi_{j+1} - \xi_j)^2$$

ラグランジアンで $a \rightarrow 0$ 極限

$$\begin{aligned}
L &= \sum_j \frac{m}{2} \dot{\xi}_j^2 - \sum_j \frac{m\omega^2}{2} (\xi_{j+1} - \xi_j)^2 \\
&= \sum_j \frac{m}{2} \dot{\xi}_j^2 - \sum_j \frac{m\omega^2 a^2}{2} \left(\frac{\xi_{j+1} - \xi_j}{a} \right)^2 \\
&= \sum_j a \left\{ \frac{m}{2a} \dot{\xi}_j^2 - \frac{m\omega^2 a^2}{2a} \left(\frac{\xi_{j+1} - \xi_j}{a} \right)^2 \right\} \\
&= \sum_j a \left\{ \frac{1}{2v^2} \dot{\phi}_j^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\phi_{j+1} - \phi_j}{a} \right)^2 \right\} \\
&\rightarrow \int dx \left\{ \frac{1}{2v^2} \left(\frac{\partial \phi(t, x)}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi(t, x)}{\partial x} \right)^2 \right\}
\end{aligned}$$

差分ぼくした

a でくくった

$$\phi_j = \left(\sqrt{\frac{m}{a}} \omega a \right) \xi_j, \quad v^2 = \omega^2 a^2$$

$a \rightarrow 0$ の極限を取った

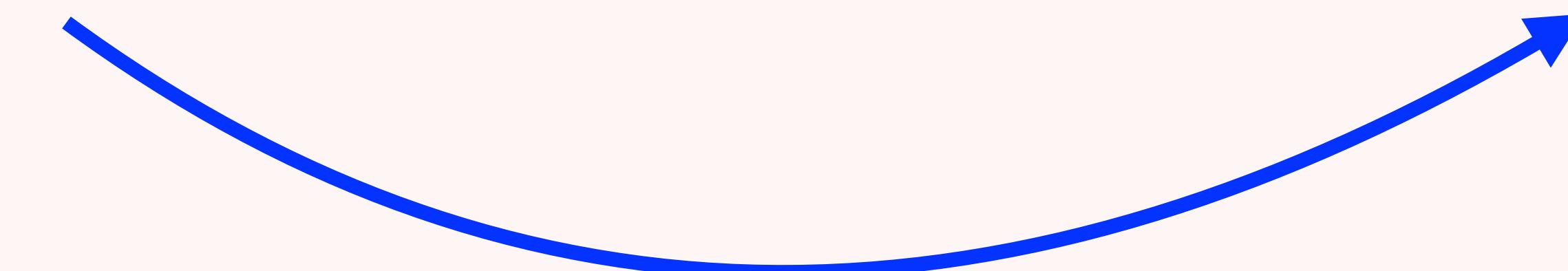
連續極限で

ラグランジアン

$$L = \int dx \left\{ \frac{1}{2v^2} \left(\frac{\partial \phi(t, x)}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi(t, x)}{\partial x} \right)^2 \right\}$$

運動方程式

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \phi(t, x)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi(t, x)}{\partial x^2} = 0$$



変分原理

調和振動子を空間にぎっしり敷き詰めると、波動方程式が出てくる

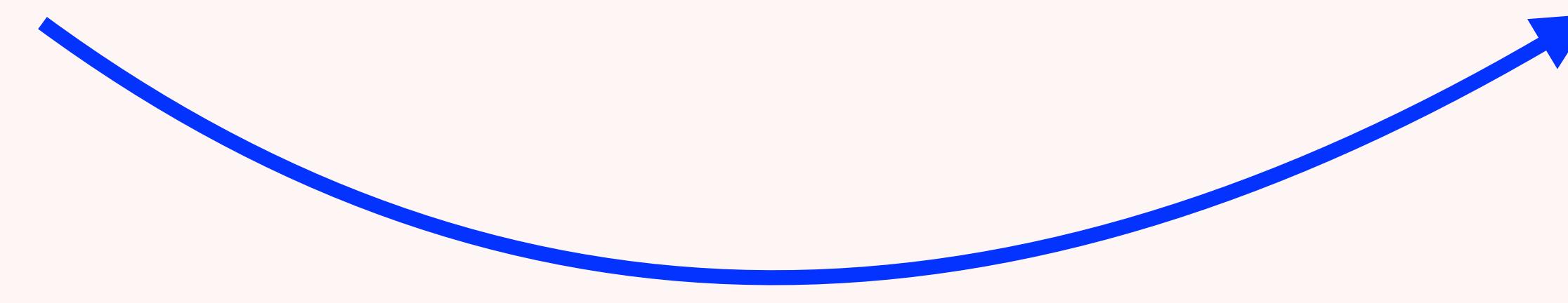
3+1次元かつ $v = c$ とすると

ラグランジアン

$$L = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2c^2} \left(\frac{\partial \phi(t, x)}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} \nabla \phi(t, x) \cdot \nabla \phi(t, x) \right\}$$

運動方程式

$$\partial^\mu \partial_\mu \phi = 0$$



変分原理

質量0のクラインゴルドン方程式が得られる
クラインゴルドン方程式は調和振動子の集まり

3+1次元かつ $\nu = c$ とすると

ラグランジアン

$$L = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2c^2} \left(\frac{\partial \phi(t, x)}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} \nabla \phi(t, x) \cdot \nabla \phi(t, x) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi$$

運動方程式

$$\partial^\mu \partial_\mu \phi = 0$$

変分原理

質量0のクラインゴルドン方程式が得られる

クラインゴルドン方程式は調和振動子の集まり

量子化

クラインゴルドン方程式は調和振動子の集まりなので,
量子力学の調和振動子と同じように量子化できる

1次元調和振動子

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right)$$

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$$

クラインゴルドン(実スカラー場)

$$\hat{H} = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} E_{\mathbf{p}} \left(a_{\mathbf{p}}^\dagger a_{\mathbf{p}} + \frac{1}{2} \right)$$

$$\phi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} (a_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} + a_{\mathbf{p}}^\dagger e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}})$$

量子化

クラインゴルドン方程式は調和振動子の集まりなので,
量子力学の調和振動子と同じように量子化できる

1次元調和振動子

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right)$$

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$$

クラインゴルドン(実スカラー場)

$$\hat{H} = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} E_{\mathbf{p}} \left(a_{\mathbf{p}}^\dagger a_{\mathbf{p}} + \frac{1}{2} \right)$$

$$\phi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} (a_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} + a_{\mathbf{p}}^\dagger e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}})$$

粒子を消滅

粒子を生成

ラグランジアン密度

ラグランジアン

$$L = \int d^3x \mathcal{L}$$

ラグランジアン密度

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi$$

質量があるクラインゴルドン場

運動方程式

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi$$

$$\partial^\mu \partial_\mu \phi = 0$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - \frac{m^2}{2} \phi^2$$

$$\partial^\mu \partial_\mu \phi + m^2 \phi = 0$$

質量がある場合も、先程と同様に量子化される

様々な場

m は粒子の質量

実スカラー場 (spin 0)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - \frac{m^2}{2} \phi^2$$

複素スカラー場 (spin 0)

$$\mathcal{L} = \partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi - m^2 \phi^* \phi$$

ディラック場 (spin 1/2)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi$$

ゲージ場 (spin 1)

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

様々な場

実スカラー場 (spin 0)

$$\phi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} (a_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} + a_{\mathbf{p}}^\dagger e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}})$$

複素スカラー場 (spin 0)

$$\phi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\vec{p}}}} (a_{\vec{p}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} + b_{\vec{p}}^\dagger e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}})$$

ディラック場 (spin 1/2)

$$\psi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\vec{p}}}} \sum_s (a_{\vec{p}}^s e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} u_s(\mathbf{p}) + b_{\vec{p}}^{s\dagger} e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}} v_s(\mathbf{p}))$$

ゲージ場 (spin 1)

$$A_\mu = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\vec{p}}}} \sum_j (a_{\vec{p}}^j e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} \epsilon_j(\mathbf{p}) + a_{\vec{p}}^{j\dagger} e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}} \epsilon_j^*(\mathbf{p}))$$

様々な場

粒子を消滅

実スカラー場 (spin 0)

$$\phi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} (a_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}} + a_{\mathbf{p}}^\dagger e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}})$$

複素スカラー場 (spin 0)

$$\phi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\vec{p}}}} (a_{\vec{p}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} + b_{\vec{p}}^\dagger e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}})$$

ディラック場 (spin 1/2)

$$\psi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\vec{p}}}} \sum_s (a_{\vec{p}}^s e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} u_s(\mathbf{p}) + b_{\vec{p}}^{s\dagger} e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} v_s(\mathbf{p}))$$

ゲージ場 (spin 1)

$$A_\mu = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\vec{p}}}} \sum_j (a_{\vec{p}}^j e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} \epsilon_j(\mathbf{p}) + a_{\vec{p}}^{j\dagger} e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} \epsilon_j^*(\mathbf{p}))$$

様々な場

粒子を消滅 反粒子を生成

実スカラー場 (spin 0)

$$\phi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\vec{p}}}} (a_{\vec{p}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} + a_{\vec{p}}^\dagger e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}})$$

複素スカラー場 (spin 0)

$$\phi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\vec{p}}}} (a_{\vec{p}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} + b_{\vec{p}}^\dagger e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}})$$

ディラック場 (spin 1/2)

$$\psi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\vec{p}}}} \sum_s (a_{\vec{p}}^s e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} u_s(\vec{p}) + b_{\vec{p}}^{s\dagger} e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} v_s(\vec{p}))$$

ゲージ場 (spin 1)

$$A_\mu = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\vec{p}}}} \sum_j (a_{\vec{p}}^j e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} \epsilon_j(\vec{p}) + a_{\vec{p}}^{j\dagger} e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} \epsilon_j^*(\vec{p}))$$

ラグランジアンに項を足す

今まででは場を2つまでしか含まないラグランジアン

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - \frac{m^2}{2} \phi^2$$

場を3つ以上含めてもよいのでは？

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial^\mu \partial_\mu \phi - \frac{m^2}{2} \phi^2 - \frac{c_3}{3!} \phi^3 - \frac{c_4}{4!} \phi^4 - \frac{c_5}{5!} \phi^5 - \dots$$

よい。ただし、摂動として扱う。（相互作用とみなす）

ラグランジアンを作る方針

適当に書くと無限に項が書けてしまうので方針が必要

対称性とくりこみ可能性で項を制限する

- ・ローレンツ対称性
- ・ $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ対称性
- ・くりこみ可能性（説明略）

この方針に反しない項は全て書く（CKM位相に重要）

QEDのラグランジアン

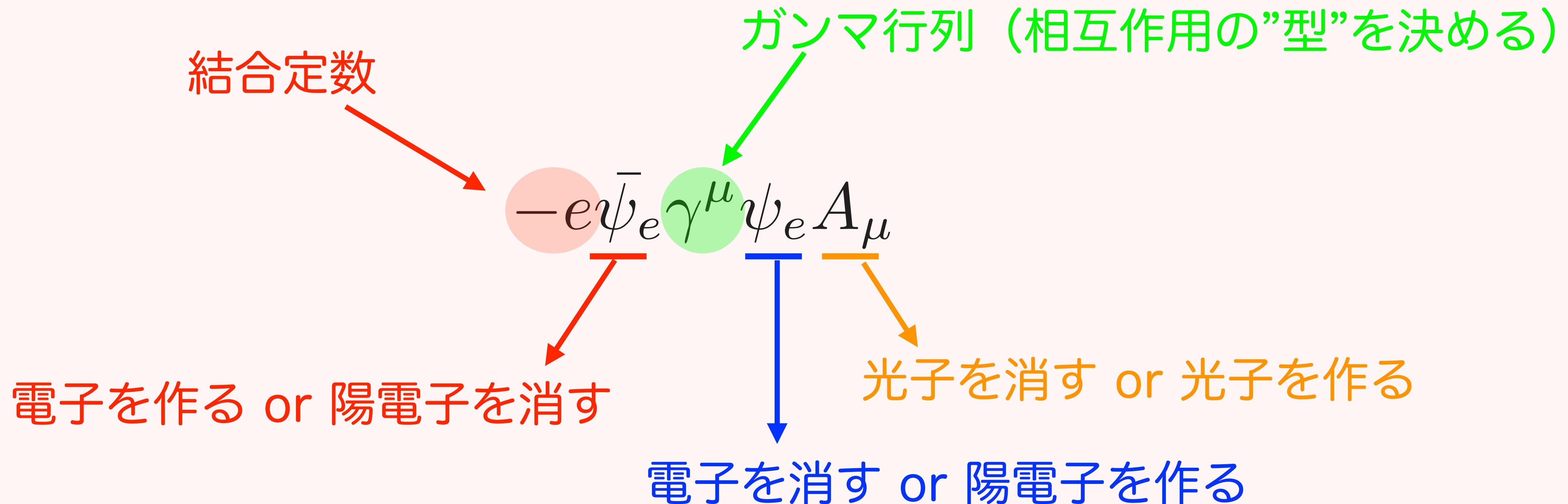
電子（ディラック場）+ U(1)ゲージ対称性 + くりこみ可能性

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \bar{\psi}_e (iD^\mu - m) \psi_e - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \\ &= \bar{\psi}_e (i\partial^\mu - m) \psi_e - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \underbrace{e \bar{\psi}_e \gamma^\mu \psi_e A_\mu}_{\text{相互作用はここだけ}}\end{aligned}$$

相互作用はここだけ

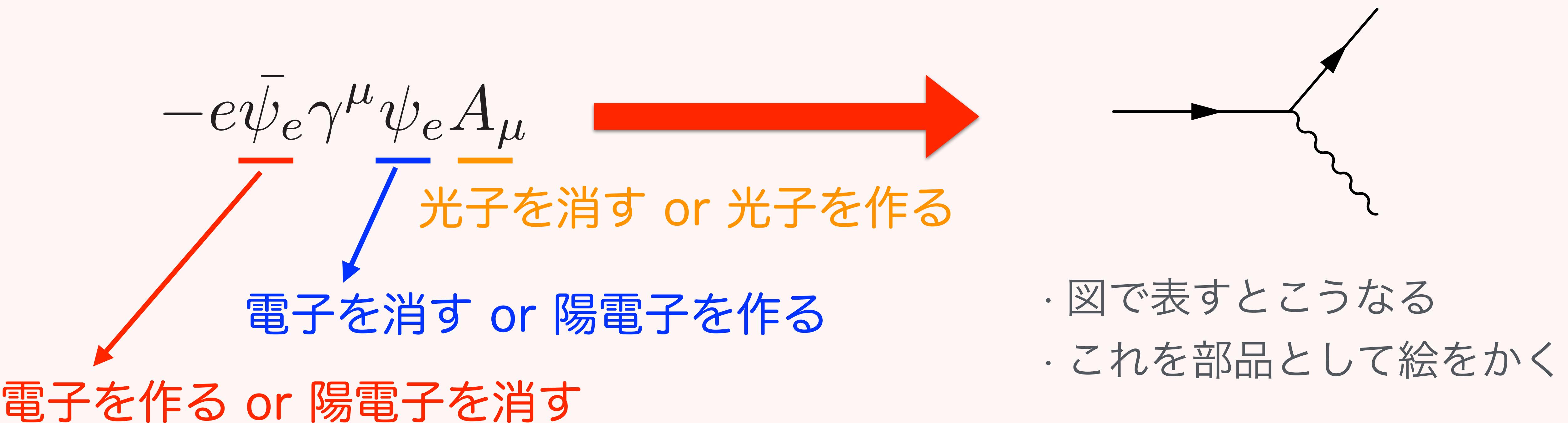
QEDの相互作用

ファインマン図のvertex 部分の情報をすべて持つ

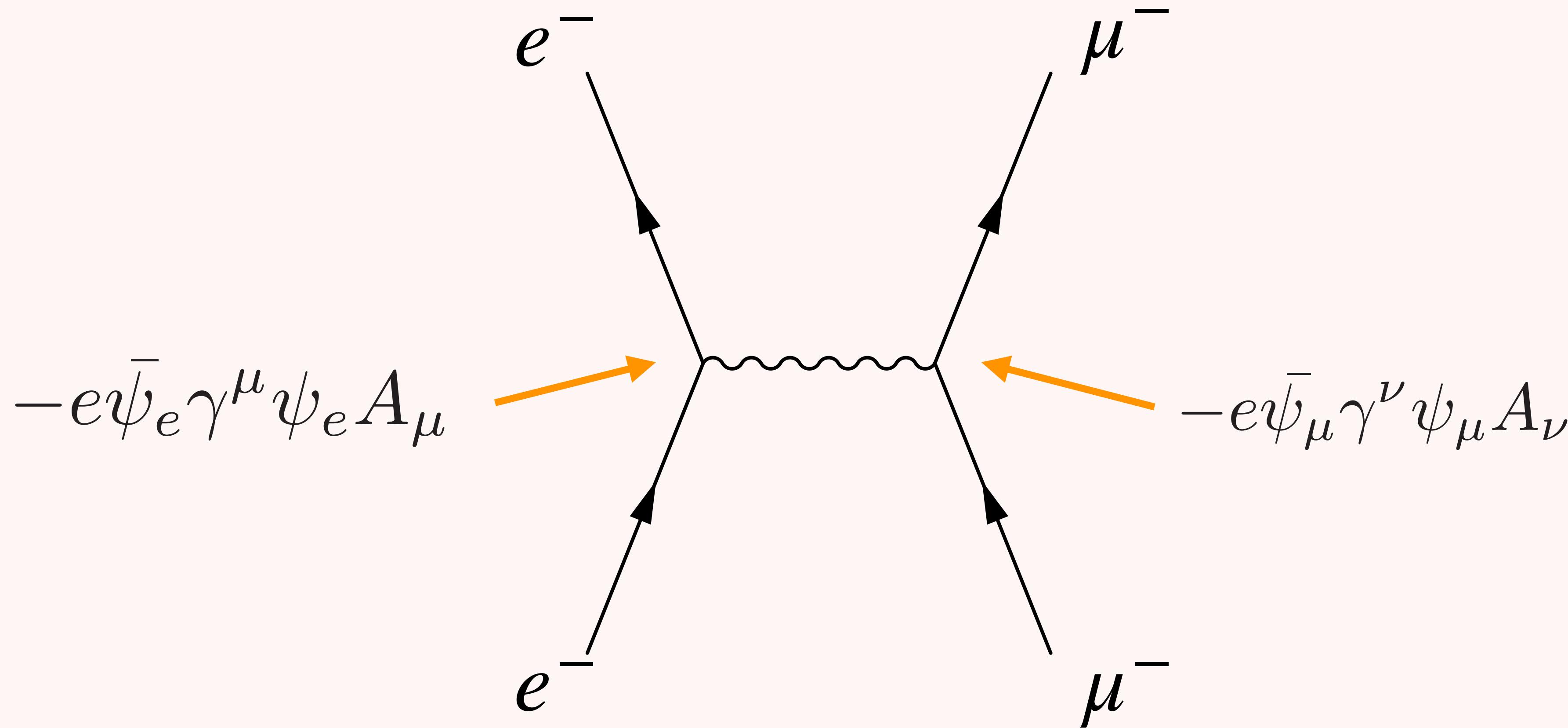


QEDの相互作用

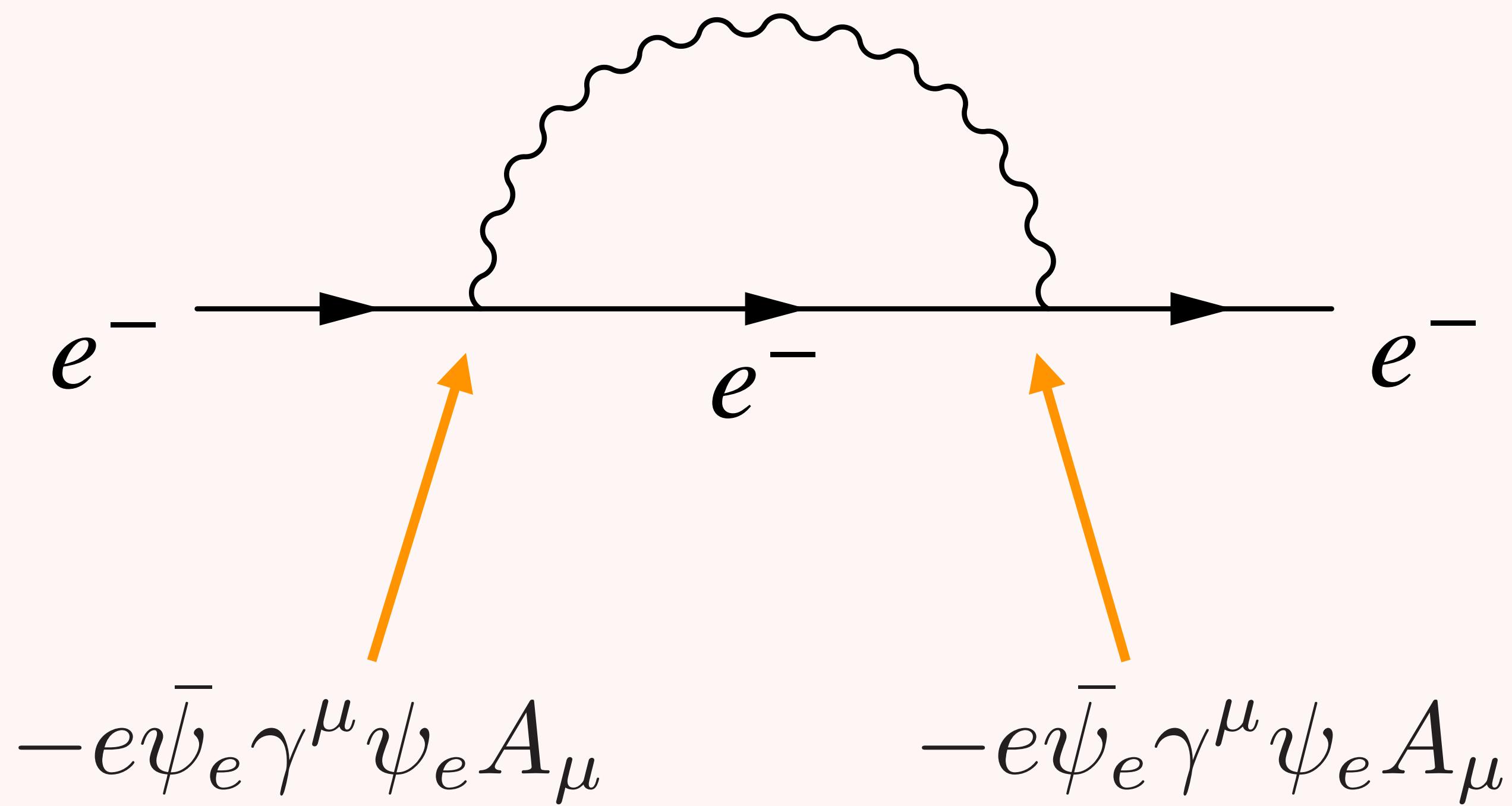
ファインマン図のvertex 部分の情報をすべて持つ



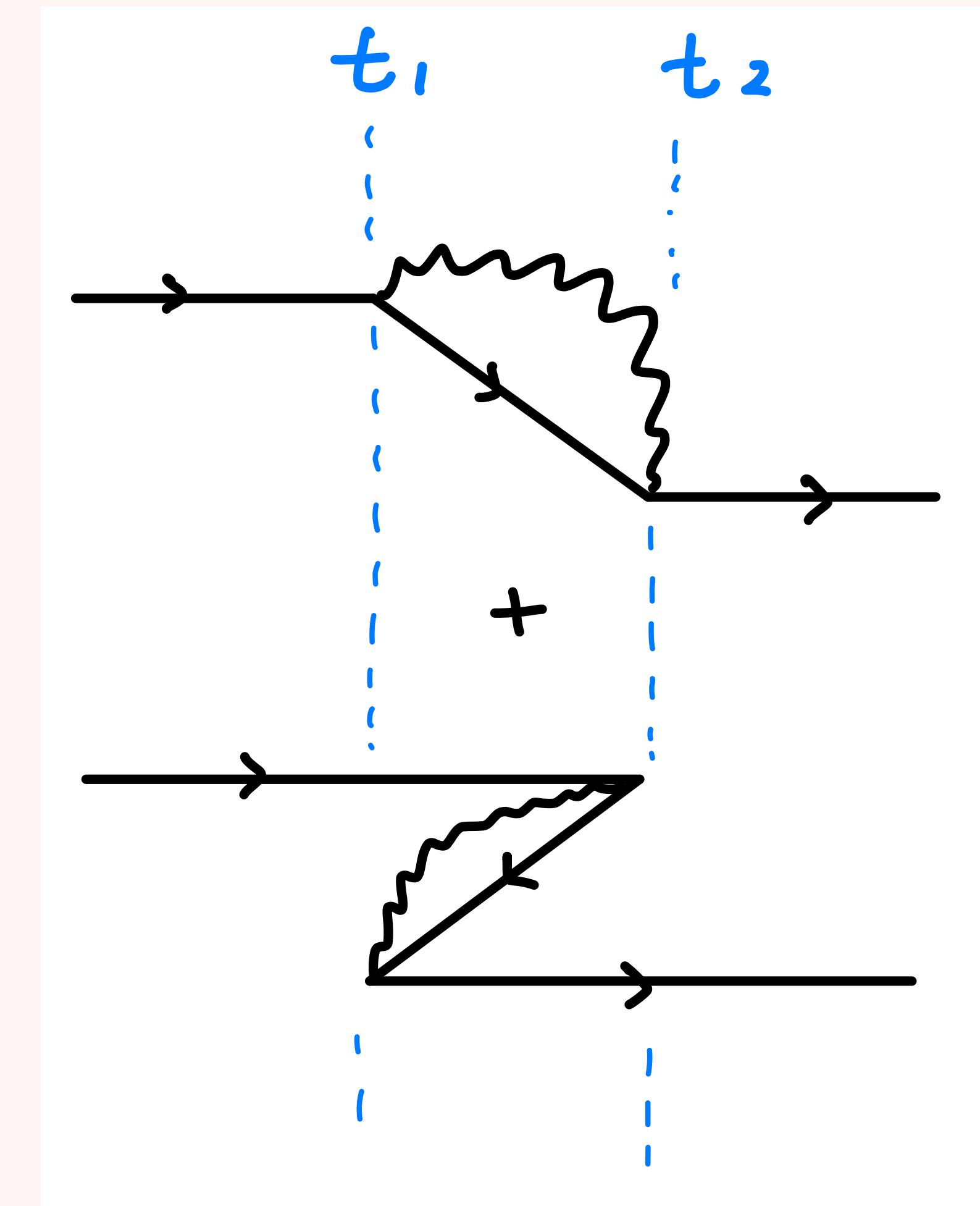
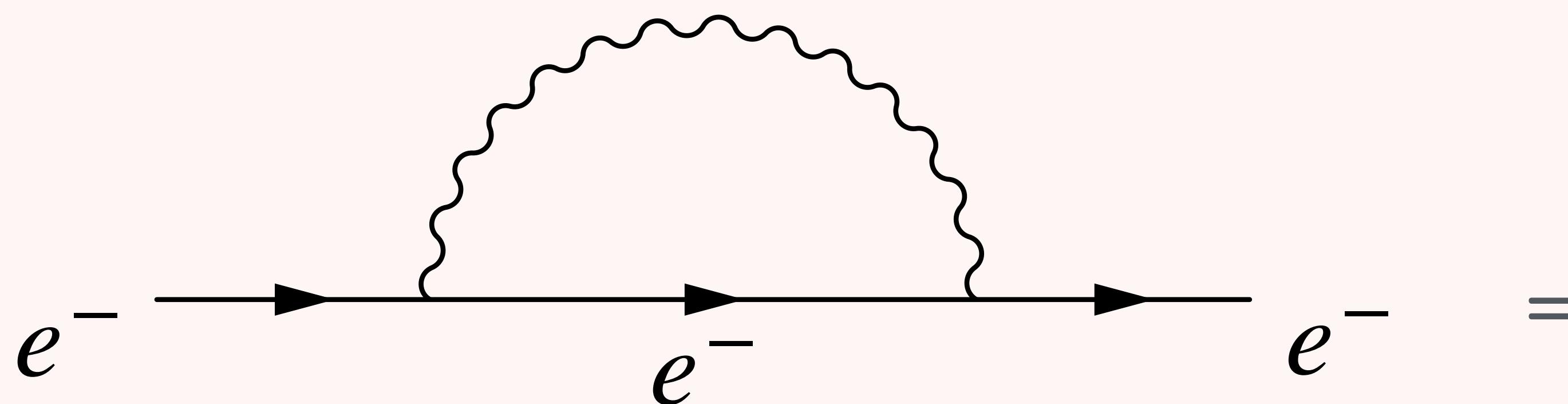
(例) $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$



(例) 電子の自己相互作用



(おまけ) 途中の時間を書くと



ファインマン図まとめ

- ・摂動計算を図式化したもの
- ・相互作用は粒子を消したり作ったりするものと解釈する
- ・相互作用項はラグランジアンで場を3つ以上含む部分
- ・相互作用項と図の対応がわかれれば、あとはお絵かき
- ・絵を数式に翻訳するのは理論屋か計算機に任せる

弱い相互作用

アイソスピン

陽子と中性子は電磁相互作用を無視したら同じようなもんだから、核子という粒子のアイソスピンが上向きを陽子、下向きを中性子とみなす

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix}$$

- ・ アイソスピンは、角運動量と同じ代数 (“SU(2)”) を満たす
- ・ 角運動量の代数 $[L_j, L_k] = i\epsilon_{jkl}L_\ell$
- ・ 核子はアイソスピン $1/2$, パイ中間子はアイソスピン 1

弱い相互作用

- ・ β 崩壊（核種をかえる反応）を引き起こす相互作用
- ・ ハドロンのレベルでの素過程： $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$, $p \rightarrow n e^+ \nu_e$, \cdots
 - ▶ アイソスピンの向きを変える反応といえる

$$N = \binom{p}{n}$$

弱い相互作用

- $p = uud, n = udd$ を思い出すと…

クォークレベルでの素過程： $d \rightarrow ue^-\bar{\nu}_e$, $u \rightarrow de^+\nu_e$, ⋯

- u と d はそれぞれアイソスピンの上向きと下向き？
- レプトンもアイソスピンを持ちそう (z 成分が保存すると想像する)

$$N = \binom{p}{n} \quad Q = \begin{matrix} ? \\ \binom{u}{d} \end{matrix} \quad L = \begin{matrix} ? \\ \binom{\nu_e}{e^-} \end{matrix}$$

- ところで弱い相互作用はパリティ対称性を破っている（実験事実）
- 以上を組み合わせると…

$SU(2)_L$

- ・左巻きフェルミオンは $SU(2)_L$ のダブル렛 (2成分)
- ・右巻きフェルミオンは $SU(2)_L$ を感じない (シングレット, 1成分)

$$q_L \stackrel{?}{=} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \quad u_R, \quad d_R, \quad \ell_L \stackrel{?}{=} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \quad e_R$$

- ▶ 左巻きだけが弱い相互作用をする
- ▶ 右巻きはしない
- ▶ 弱い相互作用はパリティ対称性を破っている (実験事実)

くるくる

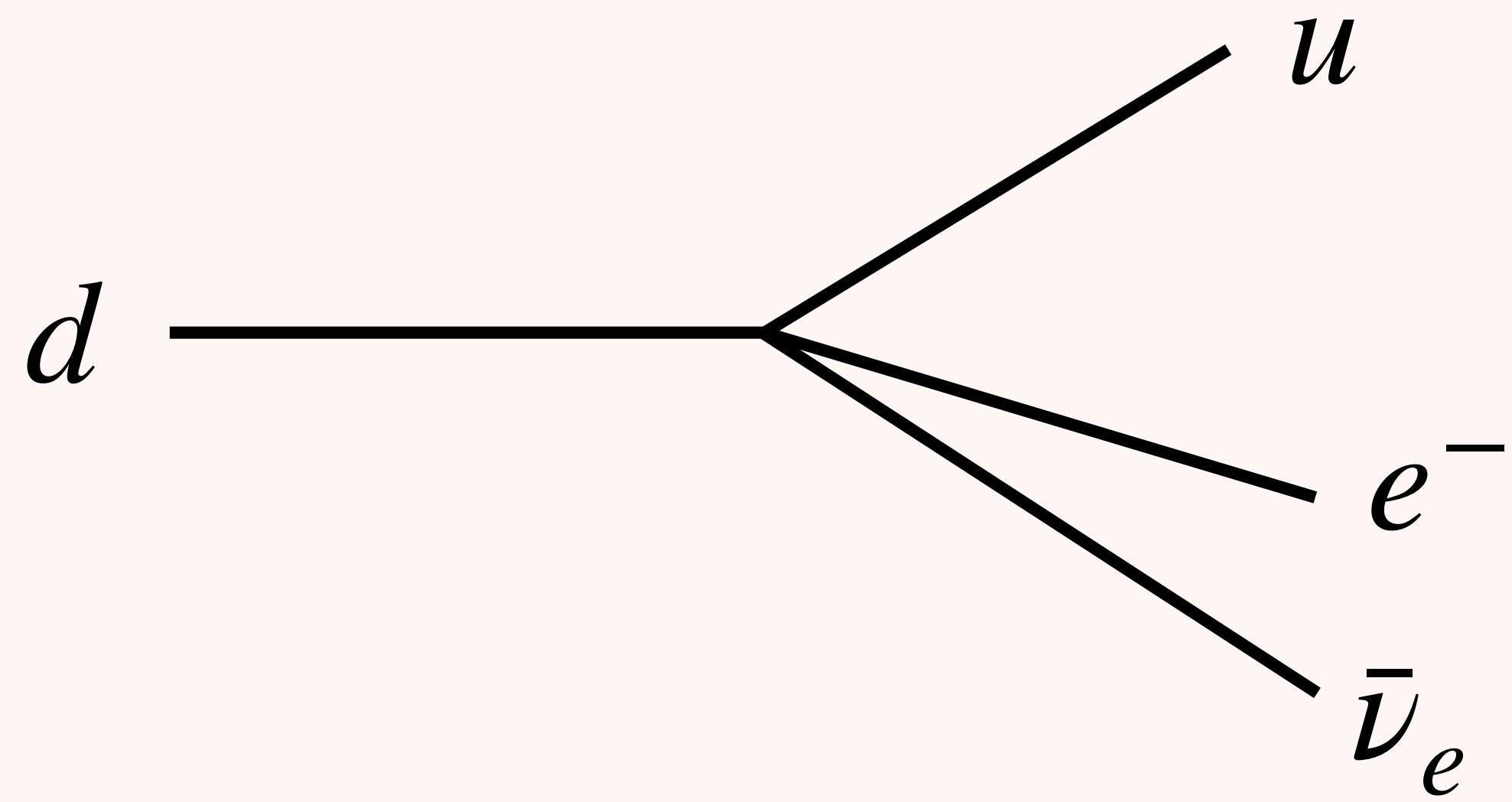
- ・スピンは磁場でくるくる回った（磁場は $U(1)$ ゲージ場から生じる）
- ・アイソスピンも何か場があればくるくる回ることは想像に難くない

$$q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \quad u_R, \quad d_R, \quad \ell_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \quad e_R$$

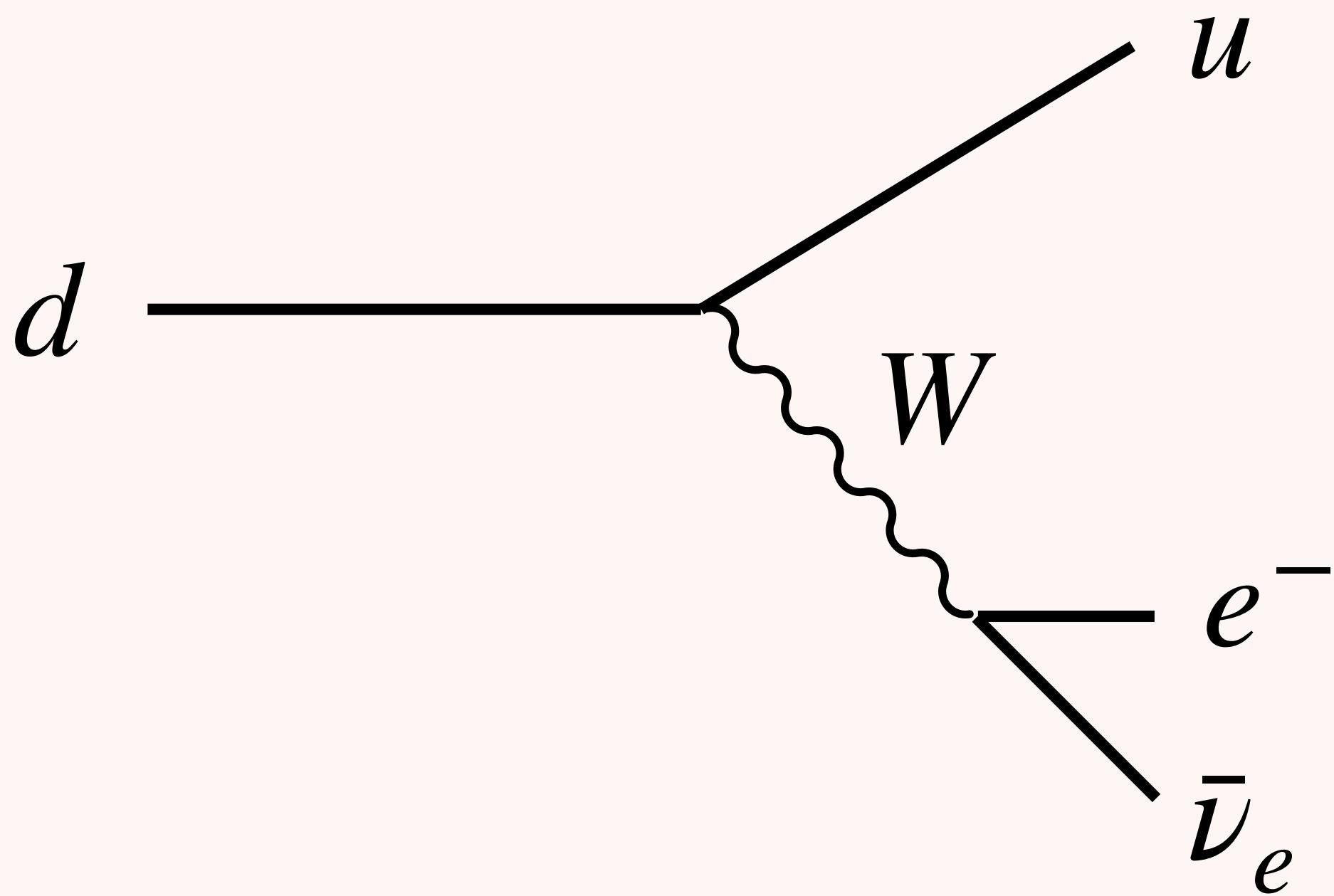
- ▶ $SU(2)_L$ をゲージ化してやればゲージ場が3つ出てくる
- ▶ そのうち2つが W^- と W^+ （まとめてWボソンとよぼう）
- ▶ アイソスピンは W ボソン場でくるくる回る
- ▶ 弱い相互作用は Wボソン（とZボソン）の媒介により生じる

$$d \rightarrow ue^- \bar{\nu}_e$$

素朴にファインマン図を書くと



実際には W ボソンが媒介する



$SU(2)_L$ が破れてなければならぬ3つの理由

理由その1 : u と d は違う粒子

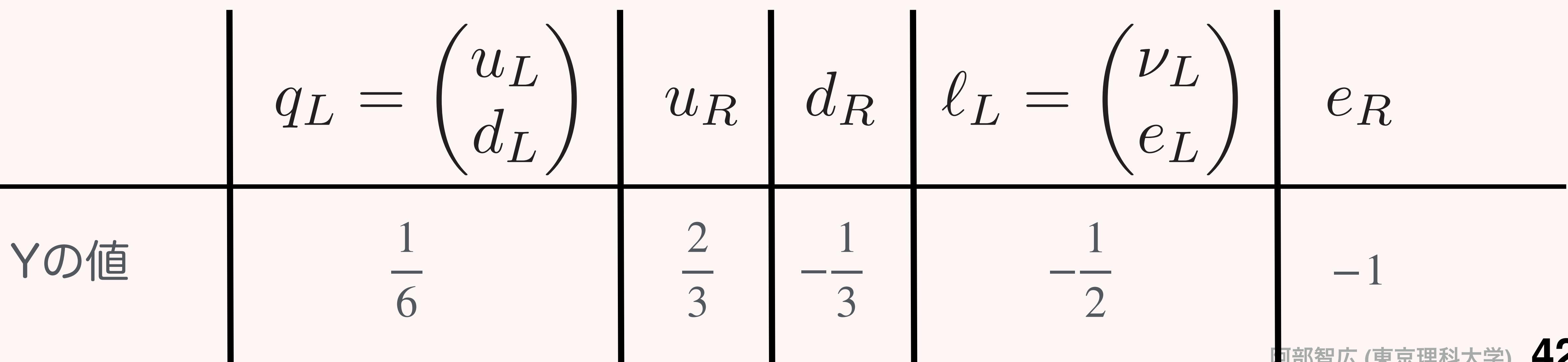
- $SU(2)_L$ が完全な対称性ならば u_L と d_L は完全に区別がつかない
- でも u_L と d_L は電荷が違う ($2/3$ と $-1/3$)
 - ▶ $SU(2)_L$ 対称性は破れていなければならぬ
 - ▶ うまい具合に電荷を与える方法がなければならぬ

→ $SU(2)_L \times U(1)_Y$ にすれば良い (Glashow-Weinberg-Salam)

$$2/3 = 1/2 + 1/6, -1/3 = -1/2 + 1/6, \dots$$

・ $SU(2)_L$ と $U(1)_Y$ の組み合わせで $U(1)_{QED}$ ができる

- ◆ $SU(2)_L$ の z成分を T_3
- ◆ $U(1)_Y$ ハイパー電荷を Y
- ◆ $U(1)_{QED}$ 電荷を Q
- ◆ $Q = T_3 + Y$



$SU(2)_L$ が破れてなければならぬ3つの理由

理由その2：ゲージボソンの質量

- ・ゲージ対称性があると、付随するゲージ場は質量0
 - ・ W, Z は massive じゃないとダメ
 - ・なので $U(1)_{QED}$ 以外のゲージ対称性は破れてないとダメ
 - ・しかし適当に破るとゲージ対称性を矛盾するので駄目
- ▶ ヒッグス機構を使って $SU(2)_L \times U(1)_Y$ を $U(1)_{QED}$ に破る

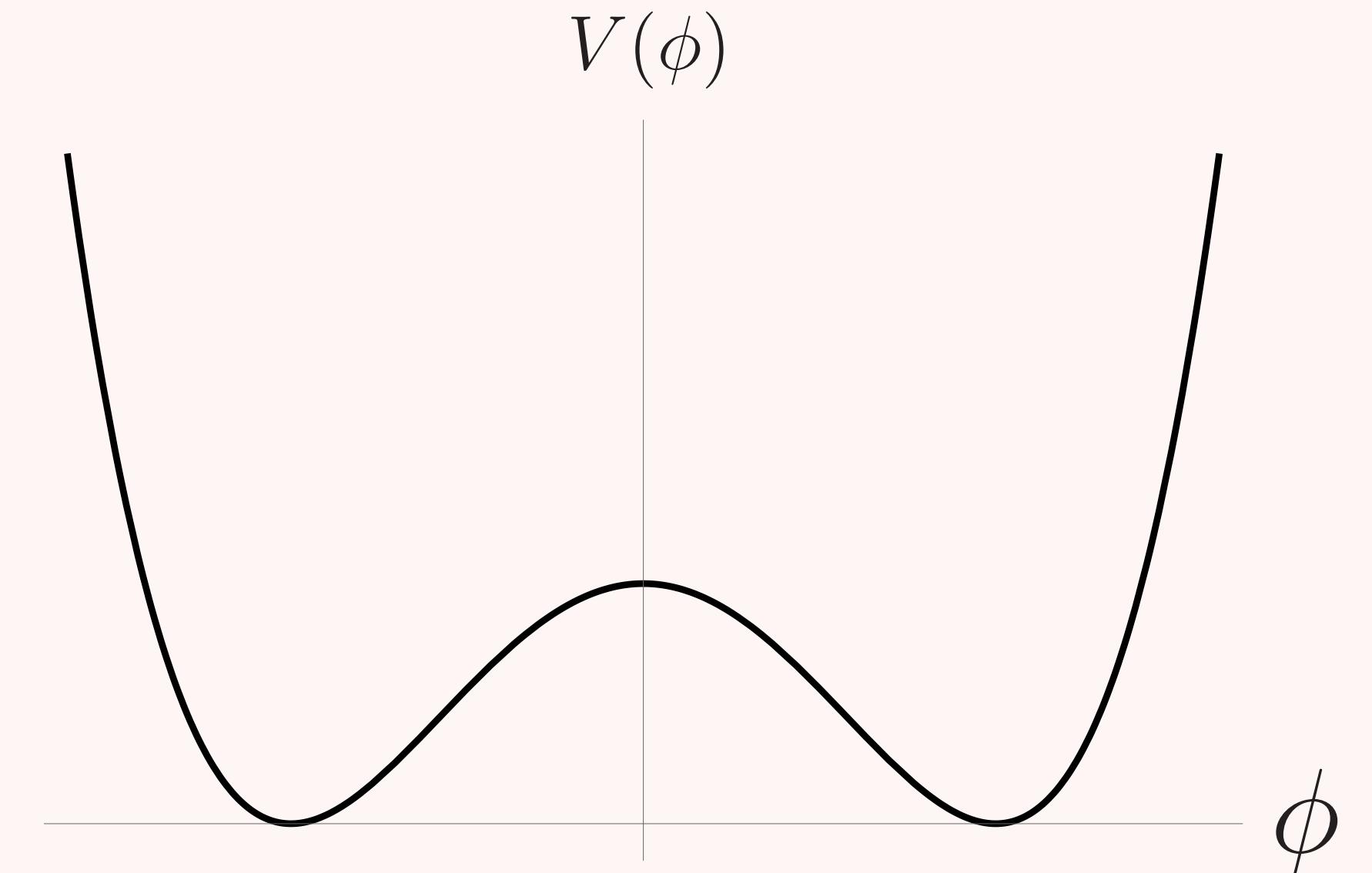
スカラーポテンシャルと真空

「実スカラー場」

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - V(\phi)$$

$$V(\phi) = -m^2 \phi^2 + \lambda \phi^4$$

$m^2 > 0, \lambda > 0$ とするとポテンシャルは右図



▶ エネルギーが最低になる状態（真空状態）が2つある

スカラーポテンシャルと真空

「複素スカラー場 + U(1) global sym.」

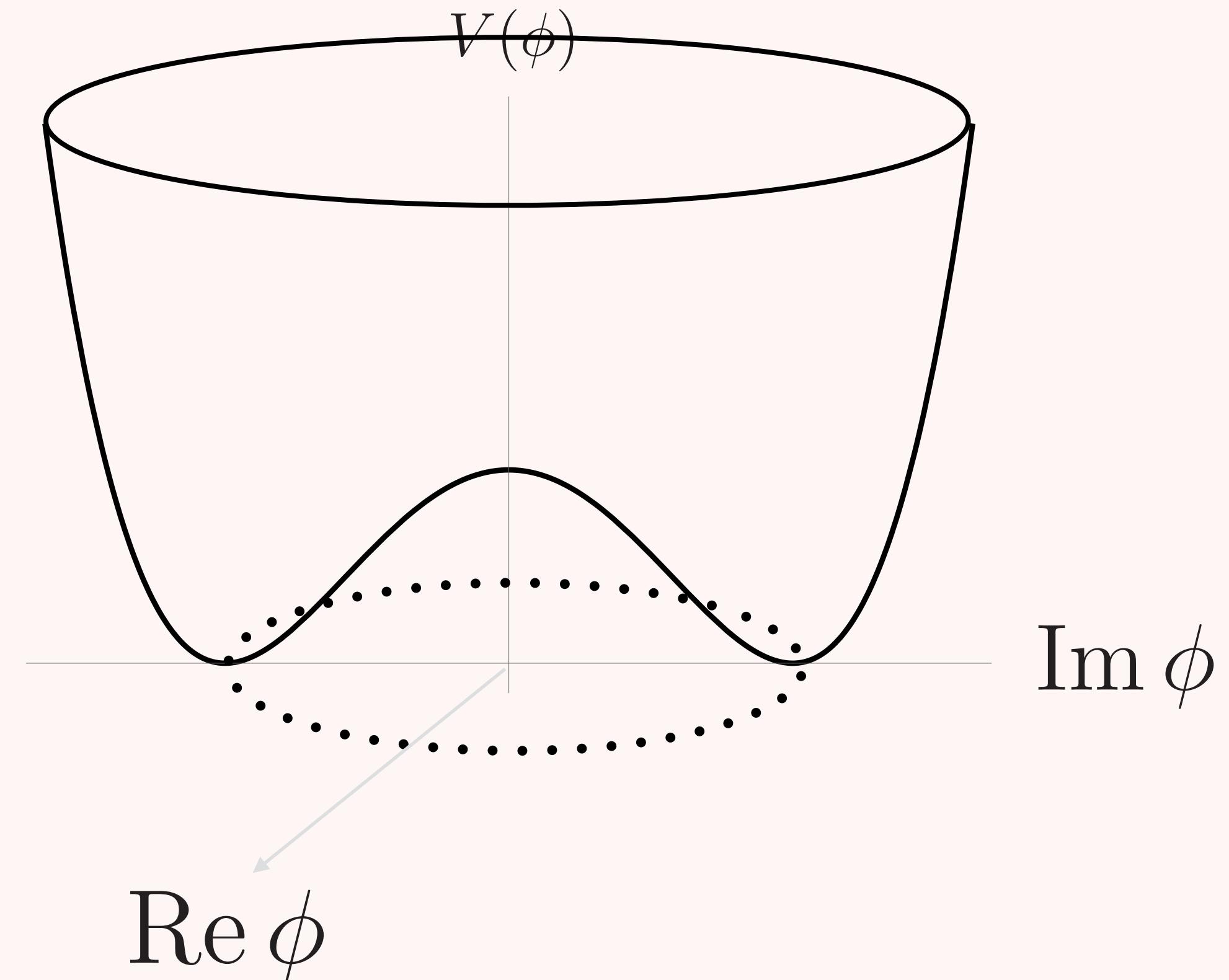
$$\mathcal{L} = \partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi - V(\phi)$$

$$V(\phi) = -m^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2$$

このラグランジアンは次の変換で不变

$$\phi \rightarrow e^{i\theta} \phi, \phi^* \rightarrow e^{-i\theta} \phi^*$$

$m^2 > 0, \lambda > 0$ とするとポテンシャルは右図



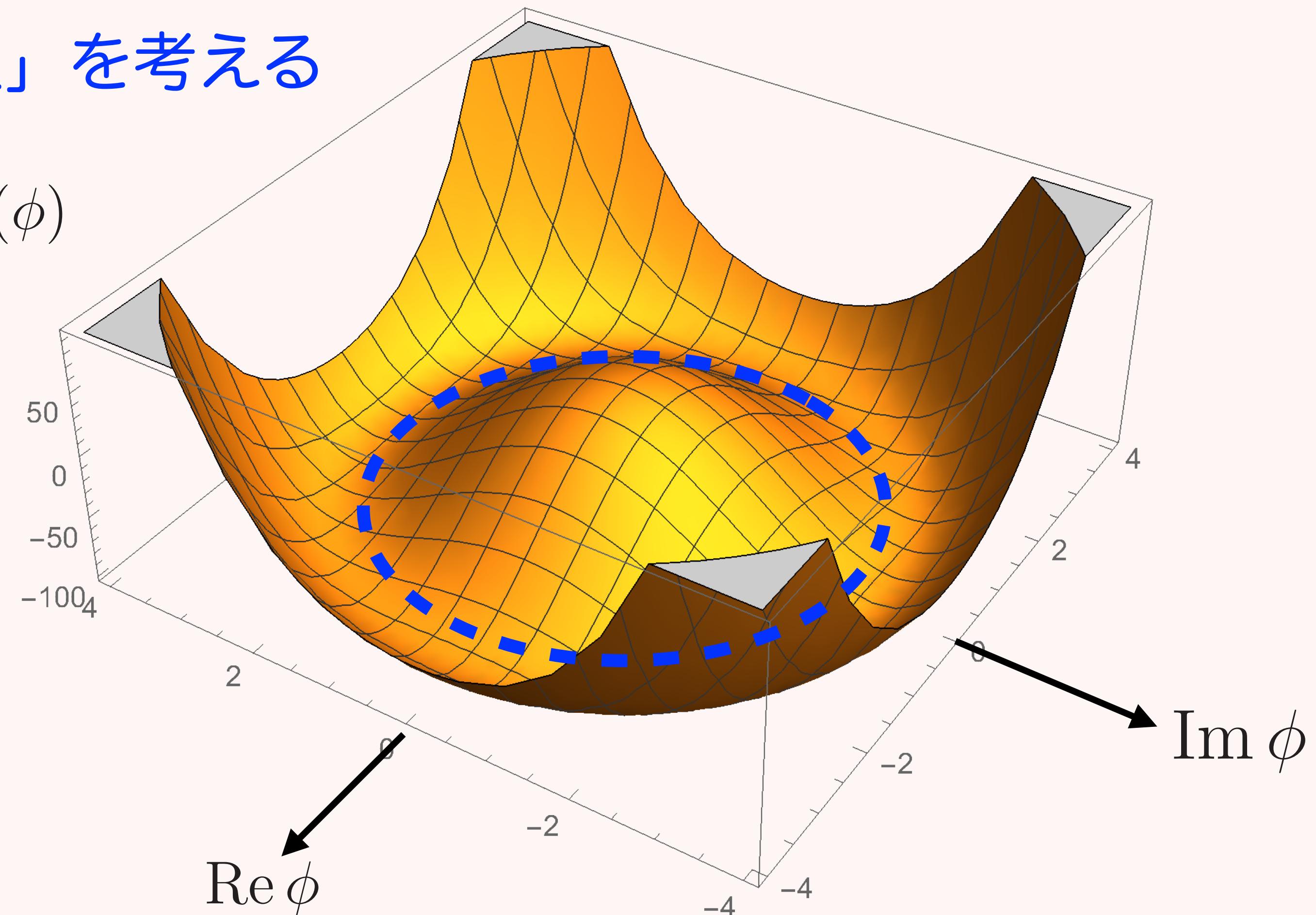
► エネルギーが最低になる状態（真空状態）は … のところ（連続的に分布）

立体的な絵でポテンシャルを鑑賞

「スカラー場 + U(1) ゲージ対称性」を考える

$$\mathcal{L} = D^\mu \phi^* D_\mu \phi - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - V(\phi)$$

$$V(\phi) = -m^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2$$

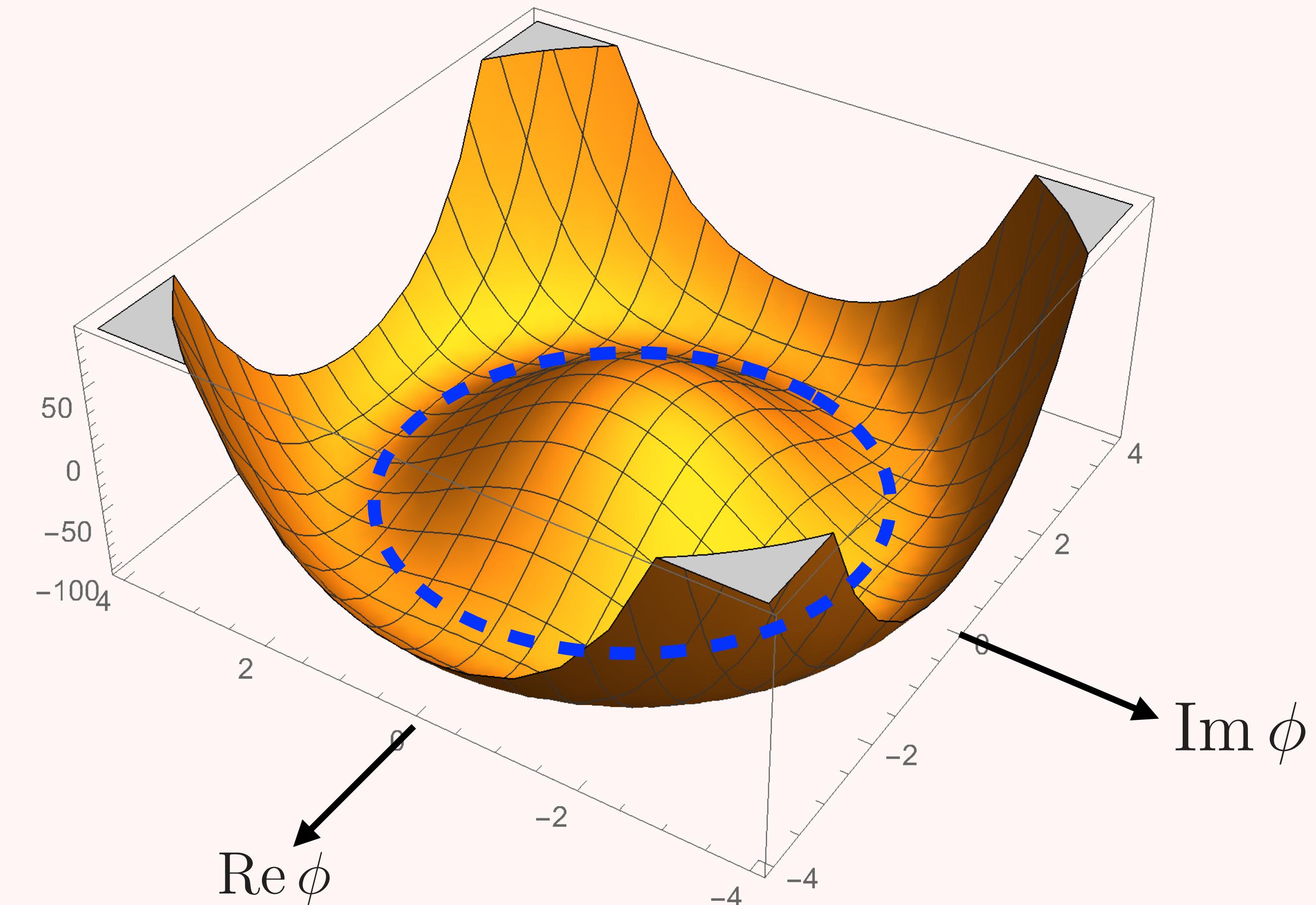


真空における場の値

$$\begin{aligned}V(\phi) &= -m^2\phi^*\phi + \lambda(\phi^*\phi)^2 \\&= \lambda \left(\phi^*\phi - \frac{m^2}{2\lambda} \right)^2 - \frac{m^4}{4\lambda} \\&\equiv \lambda (\phi^*\phi - v^2)^2 + V_0\end{aligned}$$

▶ 真空では場は次を満たす

$$\phi^*\phi = (\text{Re } \phi)^2 + (\text{Im } \phi)^2 = v^2$$



真空と対称性

真空

$$\phi^* \phi = (\text{Re } \phi)^2 + (\text{Im } \phi)^2 = v^2$$

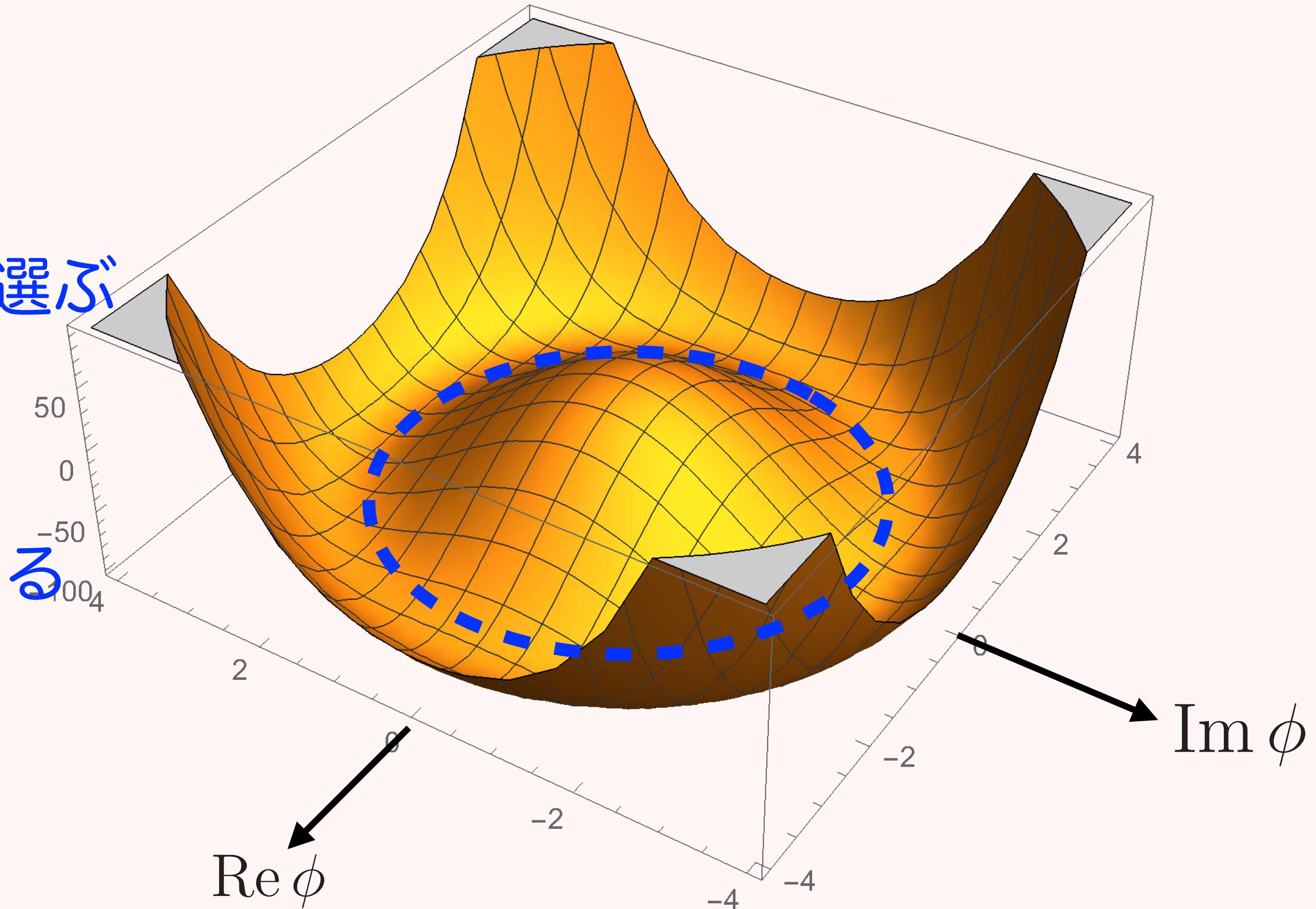
これを満たすものとして例えば次を選ぶ

$$\text{Re } \phi = v, \text{Im } \phi = 0$$

U(1)変換をすると別の真空に移動する

$$\phi \rightarrow e^{i\theta} \phi, \phi^* \rightarrow e^{-i\theta} \phi^*$$

$$\text{Re } \phi = v \cos \theta, \text{Im } \phi = v \sin \theta$$



量子場の理論では真空を動かしてはいけない

量子力学の真空は $|0\rangle$ (ただし $a_p|0\rangle = 0$ を満たす)

これは古典的な真空のどこか 1 点に相当。たとえば

$$\text{Re } \phi = v, \text{Im } \phi = 0$$

一度真空を選んだら、別の真空を選び直すことは量子場の理論では禁止！

$$\phi \rightarrow e^{i\theta} \phi, \phi^* \rightarrow e^{-i\theta} \phi^* \text{ をすると } \text{Re } \phi = v \cos \theta, \text{Im } \phi = v \sin \theta$$

という別の真空に移動してしまうのでこれは駄目。 $U(1)$ 変換がだめになった。

- ▶ 「 $U(1)$ 対称性が自発的に破れた」という

Higgs field

- $SU(2)_L$ のダブルレット
- ハイパー電荷は $1/2$

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{\phi_4 + i\phi_3}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (\phi_j \text{ は実スカラー})$$

ヒッグスポテンシャル（さきほどのポテンシャル的と似ている）

$$\begin{aligned} V(H) &= -m^2 H^\dagger H + \lambda (H^\dagger H)^2 \\ &= \lambda \left(H^\dagger H - \frac{m^2}{2\lambda} \right)^2 - \frac{m^4}{4\lambda} \\ &\equiv \lambda \left(H^\dagger H - \frac{v^2}{2} \right)^2 + V_0 \end{aligned}$$

古典的な真空

$$V(H) = \lambda \left(H^\dagger H - \frac{v^2}{2} \right)^2 + V_0 \quad H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sqrt{2}}{\phi_4 + i\phi_3} \end{pmatrix}$$

› 次を満たす場の配位が真空

$$2H^\dagger H = (\phi_1)^2 + (\phi_2)^2 + (\phi_3)^2 + (\phi_4)^2 = v^2$$

この式を満たすものとして通常は以下を選ぶ

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0 \quad H \text{ で書くと}$$

$$\phi_4 = v \quad H = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

電弱対称性の自発的破れ

H を $SU(2)_L$ と $U(1)_Y$ で変換

U : 行列式が 1 の任意の 2×2 ユニタリー行列

$$H \rightarrow UV_{\frac{1}{2}} H$$

$$V_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \exp(i\frac{1}{2}\theta) & 0 \\ 0 & \exp(i\frac{1}{2}\theta) \end{pmatrix}$$

この変換のもとでは一般に真空は別の真空に移動してしまう

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \rightarrow UV_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

- $SU(2)_L \times U(1)_Y$ は自発的に破れている

電弱対称性の自発的破れと $U(1)_{\text{QED}}$

例外

$$H \rightarrow UV_{\frac{1}{2}} H$$

$$UV_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \exp(i\frac{1}{2}\theta) & 0 \\ 0 & \exp(-i\frac{1}{2}\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(i\frac{1}{2}\theta) & 0 \\ 0 & \exp(i\frac{1}{2}\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(i\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

この変換のもとでは真空は変換されない

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \exp(i\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

- この $SU(2)_L \times U(1)_Y$ の組み合わせは許されている
- これが $U(1)_{\text{QED}}$

$U(1)_{\text{QED}}$ であることを q_L で確認

$$q_L \rightarrow UV_{\frac{1}{6}} q_L$$

$$UV_{\frac{1}{6}} = \begin{pmatrix} \exp(i\frac{1}{2}\theta) & 0 \\ 0 & \exp(-i\frac{1}{2}\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(i\frac{1}{6}\theta) & 0 \\ 0 & \exp(i\frac{1}{6}\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(i\frac{2}{3}\theta) & 0 \\ 0 & \exp(-i\frac{1}{3}\theta) \end{pmatrix}$$

これは確かに u_L と d_L の電荷に比例した変換 $U(1)_{\text{QED}}$ になっている

ヒッグス機構

ゲージ対称性が自発的破れるとゲージ場は質量を獲得する

$$\begin{aligned} & D^\mu H^\dagger D_\mu H \\ & \supset \frac{g^2 v^2}{4} W^{+\mu} W_\mu^- + \frac{v^2}{8} (g^2 + g'^2) (\cos \theta_W W^{3\mu} - \sin \theta_W B^\mu) (\cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu) \\ & \qquad \qquad \qquad = Z^\mu Z_\mu \end{aligned}$$

W_μ^3 と B_μ の別の組み合わせがフォトン (質量項はなし)

$$A_\mu = (\sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu)$$

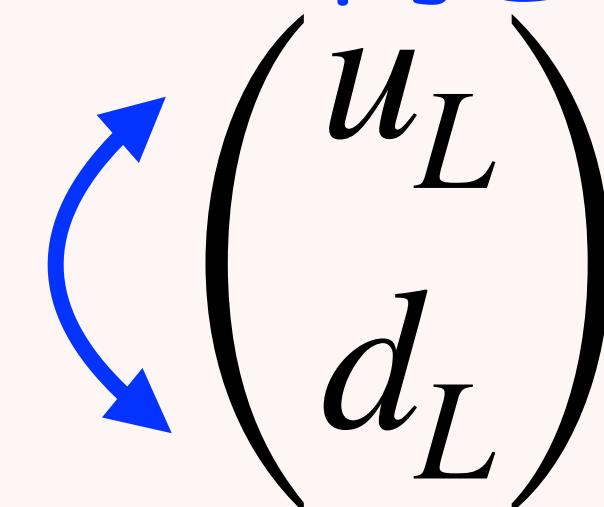
$$\sin^2 \theta_W \simeq 0.23$$

$SU(2)_L$ が破れてなければならぬ3つの理由

理由その3： $SU(2)_L$ を尊重しない(ようにみえる)反応がある

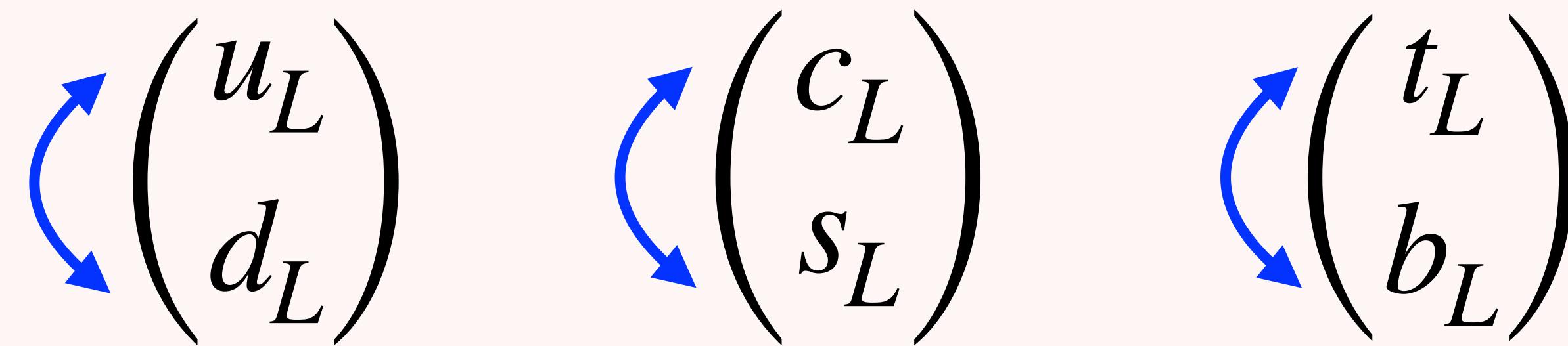
弱い相互作用 (ちょっと前に見た例)

- ・ ハドロンのレベルでの素過程： $n \rightarrow pe^-\bar{\nu}_e$, $p \rightarrow ne^+\nu_e$, ...
- ・ クオークレベルでの素過程： $d \rightarrow ue^-\bar{\nu}_e$, $u \rightarrow de^+\nu_e$, ...
- ・ アイソスピノの向きを変える反応といえる



ほかの弱い相互作用の過程

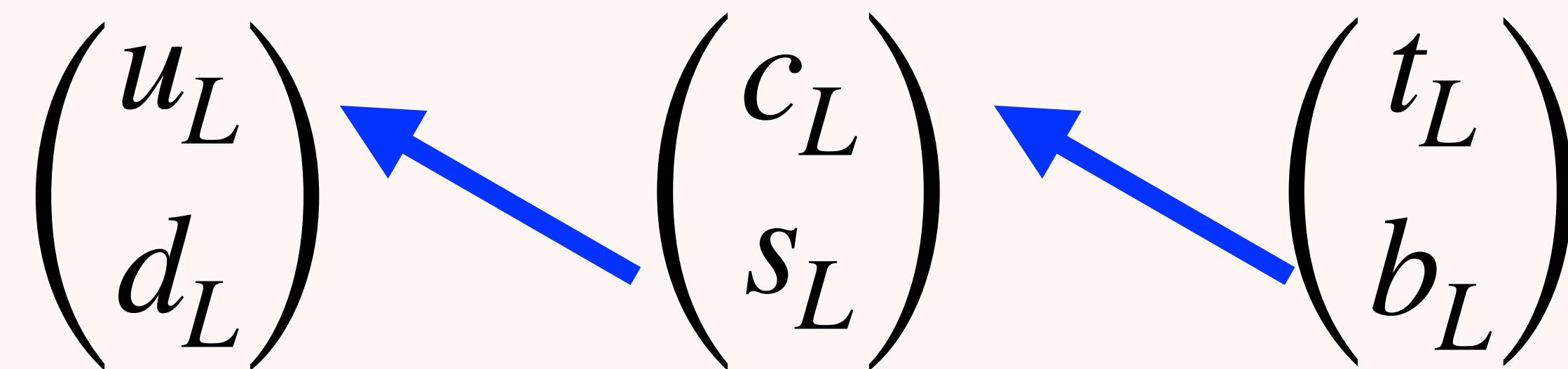
- $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 e^+ \nu_e$ の素過程はクォークレベルでみると $c \rightarrow s e^+ \nu_e$
- トップクォークは $t \rightarrow b W^+$
- 弱い相互作用はアイソスピンの向きを変える反応だったことを思い出すと
(c, s) および (t, b) で組になっていると想像がつく

$$\begin{array}{c} \text{u}_L \\ \text{d}_L \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{c}_L \\ \text{s}_L \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{t}_L \\ \text{b}_L \end{array}$$


‣ くりかえしの構造が見える（これを「世代」とよぶ）

ところがどっこい

- 例えば $K^- \rightarrow \pi^0 e^- \bar{\nu}_e$ や $B^- \rightarrow D^0 e^- \bar{\nu}_e$ という反応がある
- 素過程はクォークレベルでみると $s \rightarrow ue^+ \nu_e$ および $b \rightarrow ce^+ \nu_e$



- 弱い相互作用は世代をまたぐ反応もする
- $SU(2)_L$ が破れていないと世代をまたげない
- SMの場合はヒッグス場が湯川相互作用を通じて破る

Cabbibo angle (1/2)

- 話を簡単にするために u, d, s, c だけ考えると

$$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \xleftarrow{\text{blue arrow}} \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}$$

次を両立させたい

- 弱い相互作用は世代をまたぐ反応もする
- $SU(2)_L$ は世代をまたがない

Cabbibo angle (2/2)

まぜよう

- ・ 実際のクォークを $u_L, d_L, s_L, c_L, \dots$ ($SU(2)_L$ を尊重しない)
- ・ $SU(2)_L$ を尊重する場として $u''_L, d''_L, s''_L, c''_L$ を導入

$$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \xleftarrow{\text{blue arrow}} \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u''_L \\ d''_L \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c''_L \\ s''_L \end{pmatrix}$$

$$u''_L = u_L$$

$$c''_L = c_L$$

$$d''_L = + \cos \theta_C d_L + \sin \theta_C s_L,$$

$$s''_L = - \sin \theta_C d_L + \cos \theta_C s_L$$

非常にご都合主義的に見えるが湯川相互作用を入れるとこれが自然に実現される（しかも3世代入れるとCPの破れが自然に導入される）

Yukawa

- ・ラグランジアンに微分を含まない項を書いてみよう
- ・ローレンツ対称性から左巻きと右巻きがペアになれる
- ・ $SU(3)_C$ の対称性からクォークとレプトンでペアを組むことはない

$$q_L = \begin{pmatrix} u''_L \\ d''_L \end{pmatrix} \sim 2_{\frac{1}{6}}, \quad u''_R \sim 1_{\frac{2}{3}}, \quad d''_R \sim 1_{-\frac{1}{3}}$$

★ 2はダブルett
★ 1はシングレット
★ 右下の数字は $U(1)_Y$

$$\ell_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \sim 2_{-\frac{1}{2}}, \quad e_R \sim 1_{-1}$$

$$H \sim 2_{\frac{1}{2}}$$

Yukawa

- ・ラグランジアンに微分を含まない項を書いてみよう
- ・ローレンツ対称性から左巻きと右巻きがペアになれる
- ・ $SU(3)_C$ の対称性からクォークとレプトンでペアを組むことはない

$$(q_L)_a = \begin{pmatrix} (u''_L)_a \\ (d''_L)_a \end{pmatrix} \sim 2_{\frac{1}{6}}, \quad (u''_R)_a \sim 1_{\frac{2}{3}}, \quad (d''_R)_a \sim 1_{-\frac{1}{3}}$$

★ 2はダブルett
★ 1はシングレット
★ 右下の数字は $U(1)_Y$

$$(\ell_L)_a = \begin{pmatrix} (\nu_L)_a \\ (e_L)_a \end{pmatrix} \sim 2_{-\frac{1}{2}}, \quad (e_R)_a \sim 1_{-1}$$

世代の足 a を追加

$$H \sim 2_{\frac{1}{2}}$$

$$(a = 1, \dots, N_g)$$

標準模型では $N_g = 3$

Yukawa (quark sector)

$$\sum_{a,b} y_u^{ab} (\bar{q}_L)_a \tilde{H} u_b'' + \sum_{a,b} y_d^{ab} (\bar{q}_L)_a H d_b''$$

y_u , y_d が世代をまたぐ相互作用を許す

これからどうやってWボソンの相互作用に世代をまたぐ相互作用になるか
はこれから見ていく

$$\tilde{H} = \epsilon H^* \sim 2_{-\frac{1}{2}} \quad \epsilon = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

CKM

クオークを含むところ

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & + \bar{q}_L i \not{D} q_L + \bar{u}_R i \not{D} q_R + \bar{d}_R i \not{D} d_R \\ & - \left(\bar{q}_L \tilde{H} y_u u_R + \bar{q}_L H y_d d_R + (h.c.) \right)\end{aligned}$$

クオークを含むところ

共変微分を含む項由来

$$\begin{aligned}
 & \sum_{a=1}^{N_g} (\bar{u}'')_a i\gamma^\mu \partial_\mu (u'')_a + \sum_{a=1}^{N_g} (\bar{d}'')_a i\gamma^\mu \partial_\mu (d'')_a \\
 & - \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a (\bar{u}_L'')_a \gamma^\mu (d_L'')_a W_\mu^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a (\bar{d}_L'')_a \gamma^\mu (u_L'')_a W_\mu^- \\
 & - \sum_a (\bar{u}'')_a \gamma^\mu \left(g_{Zu} Z_\mu + \frac{2}{3} A_\mu \right) (u'')_a - \sum_a (\bar{d}'')_a \gamma^\mu \left(g_{Zd} Z_\mu - \frac{1}{3} A_\mu \right) (d'')_a
 \end{aligned}$$

質量項

$$- \left(\sum_{a,b} (u_L'')_a (\mathcal{M}_u)_{ab} (u_R'')_b + \sum_{a,b} (d_L'')_a (\mathcal{M}_d)_{ab} (d_R'')_b + (h.c.) \right)$$

場の2次の項

$$\begin{aligned} & \sum_{a=1}^{N_g} (\bar{u}'')_a i\gamma^\mu \partial_\mu (u'')_a + \sum_{a=1}^{N_g} (\bar{d}'')_a i\gamma^\mu \partial_\mu (d'')_a \\ & - \left(\sum_{a,b} (u''_L)_a (\mathcal{M}_u)_{ab} (u''_R)_b + \sum_{a,b} (d''_L)_a (\mathcal{M}_d)_{ab} (d''_R)_b + (h.c.) \right) \end{aligned}$$

\mathcal{M}_u と \mathcal{M}_d は $N_g \times N_g$ の質量行列 (SM なら $N_g = 3$)

- ・質量行列は一般には対角化されていない
- ・場の量子化は、質量行列が対角化されていることが前提
- ・場を適当に再定義して、質量行列を対角化しよう

場の2次の項

場の再定義

$$(u''_L)_a = \sum_b (L_u)_{ab} (u'_L)_b, \quad (u''_R)_a = \sum_b (R_u)_{ab} (u'_R)_b,$$

$$(d''_L)_a = \sum_b (L_d)_{ab} (d'_L)_b, \quad (d''_R)_a = \sum_b (R_d)_{ab} (d'_R)_b,$$

ここで L_u, L_d, R_u, R_d は質量行列を対角化する $N_g \times N_g$ のユニタリー行列

$$(L_u^\dagger \mathcal{M}_u R_u)_{ab} = (\mathcal{M}_u^{diag.})_{ab} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}_{ab}$$

$$(L_d^\dagger \mathcal{M}_d R_d)_{ab} = (\mathcal{M}_d^{diag.})_{ab} = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}_{ab}$$

場の2次の項

場の再定義をしたあとの場の2次の項

$$\begin{aligned} & \sum_{a=1}^{N_g} (\bar{u}')_a i\gamma^\mu \partial_\mu (u')_a + \sum_{a=1}^{N_g} (\bar{d}')_a i\gamma^\mu \partial_\mu (d')_a \\ & - \left(\sum_{a,b} (u'_L)_a (\mathcal{M}_u^{diag\cdot})_{ab} (u'_R)_b + \sum_{a,b} (d'_L)_a (\mathcal{M}_d^{diag\cdot})_{ab} (d'_R)_b + (h.c.) \right) \end{aligned}$$

相互作用項はどうなるか？

場の3次の項

中性ゲージボソンとの相互作用項は場の再定義で何も変わらない

$$\begin{aligned} & - \sum_a (\bar{u}'')_a \gamma^\mu \left(g_{Zu} Z_\mu + \frac{2}{3} A_\mu \right) (u'')_a - \sum_a (\bar{d}'')_a \gamma^\mu \left(g_{Zd} Z_\mu - \frac{1}{3} A_\mu \right) (d'')_a \\ &= - \sum_a (\bar{u}')_a \gamma^\mu \left(g_{Zu} Z_\mu + \frac{2}{3} A_\mu \right) (u')_a - \sum_a (\bar{d}')_a \gamma^\mu \left(g_{Zd} Z_\mu - \frac{1}{3} A_\mu \right) (d')_a \end{aligned}$$

W ボソンとの相互作用項はユニタリー行列が中途半端に残る

$$\begin{aligned} & - \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a (\bar{u}_L'')_a \gamma^\mu (d_L'')_a W_\mu^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a (\bar{d}_L'')_a \gamma^\mu (u_L'')_a W_\mu^- \\ &= - \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a,b} (\bar{u}_L')_a (L_u^\dagger L_d)_{ab} \gamma^\mu (d_L')_b W_\mu^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a,b} (\bar{d}_L')_a (L_d^\dagger L_u)_{ab} \gamma^\mu (u_L')_b W_\mu^- \end{aligned}$$

相互作用項に出てきたユニタリー行列

$$-\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a,b} (\bar{u}'_L)_a (L_u^\dagger L_d)_{ab} \gamma^\mu (d'_L)_b W_\mu^+$$

- $L_u^\dagger L_d$ は $N_g \times N_g$ のユニタリー行列
 - ★ パラメータの数は N_g^2 個
 - ★ そのうち $\frac{N_g(N_g - 1)}{2}$ 個は回転角($\cos \theta$ など)
 - ★ $\frac{N_g(N_g + 1)}{2}$ 個は位相 ($\exp(i\phi)$ など)

さらに場の再定義

さらに場の再定義をすると、他の相互作用項に影響をあたえることなく、位相のいくつかは吸収できる

$$-\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a,b} (\bar{u}'_L)_a (L_u^\dagger L_d)_{ab} \gamma^\mu (d'_L)_b W_\mu^+$$

$$u'_L = \begin{pmatrix} e^{i\phi_{u_1}} & & \\ & \ddots & \\ & & e^{i\phi_{u_{N_g}}} \end{pmatrix} u_L, \quad d'_L = \begin{pmatrix} e^{i\phi_{d_1}} & & \\ & \ddots & \\ & & e^{i\phi_{d_{N_g}}} \end{pmatrix} d_L$$

- $2N_g$ 個の位相があるので $L_u^\dagger L_d$ の位相のうち $2N_g$ 個は消せそう
- しかし全ての位相が同じなら ($\phi_{u_1} = \dots = \phi_{u_{N_g}} = \phi_{d_1} = \dots = \phi_{d_{N_g}}$) $L_u^\dagger L_d$ は変わらない
- $L_u^\dagger L_d$ の位相のうち実際に消せるのは $2N_g - 1$ 個

CKM行列

この再定義をして位相をなるべく減らしても残っているユニタリー行列が
Cabbibo-小林-益川行列 V_{CKM}

$$\begin{aligned} & -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a,b} (\bar{u}'_L)_a (L_u^\dagger L_d)_{ab} \gamma^\mu (d'_L)_b W_\mu^+ \\ &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a,b} (\bar{u}_L)_a (V_{CKM})_{ab} \gamma^\mu (d_L)_b W_\mu^+ \end{aligned}$$

- ★ $\frac{N_g(N_g - 1)}{2}$ 個の回転角
- ★ $\frac{N_g(N_g + 1)}{2} - (2N_g - 1) = \frac{N_g(N_g - 3)}{2} + 1$ 個の位相

3世代あると位相が出てくる

N_g	回転角の個数	位相の数
1	0	0
2	1	0
3	3	1

3世代あればCP対称性が破れる！

[Kobayashi Maskawa ('73)]

CKM行列

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

$$s_{ij} = \sin \theta_{ij}, \quad c_{ij} = \cos \theta_{ij},$$

CKM行列

世代をあらわに書くと

$$\begin{aligned}
 & -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a,b} (\bar{u}_L)_a (V_{CKM})_{ab} \gamma^\mu (d_L)_b W_\mu^+ \\
 & = -\frac{g}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{u}_L & \bar{c}_L & \bar{t}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} W_\mu^+
 \end{aligned}$$

b夸克の崩壊は



CKM行列

CKM行列はユニタリー行列だから $V_{CKM}V_{CKM}^\dagger = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

これより $V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0$ などが成り立つ

これは「複素数を3つ足したら0」という式

CKM行列

$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0$ を $V_{cd} V_{cb}^*$ で割ると

$$\frac{V_{ud} V_{ub}^*}{V_{cd} V_{cb}^*} + 1 + \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{cd} V_{cb}^*} = 0$$

複素数は複素平面上の2成分のベクトルなのでこれは、3つのベクトルを足したら0になるという式

CKM行列

$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0$ を $V_{cd} V_{cb}^*$ で割ると

$$\frac{V_{ud} V_{ub}^*}{V_{cd} V_{cb}^*} + 1 + \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{cd} V_{cb}^*} = 0$$

これを $-(\bar{\rho} + i\bar{\eta})$ と書くと

複素数は複素平面上の2成分のベクトルなのでこれは、3つのベクトルを足したら0になるという式

CKM行列

$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0$ を $V_{cd} V_{cb}^*$ で割ると

$$\frac{V_{ud} V_{ub}^*}{V_{cd} V_{cb}^*} + 1 + \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{cd} V_{cb}^*} = 0$$

これを $-(\bar{\rho} + i\bar{\eta})$ と書くと

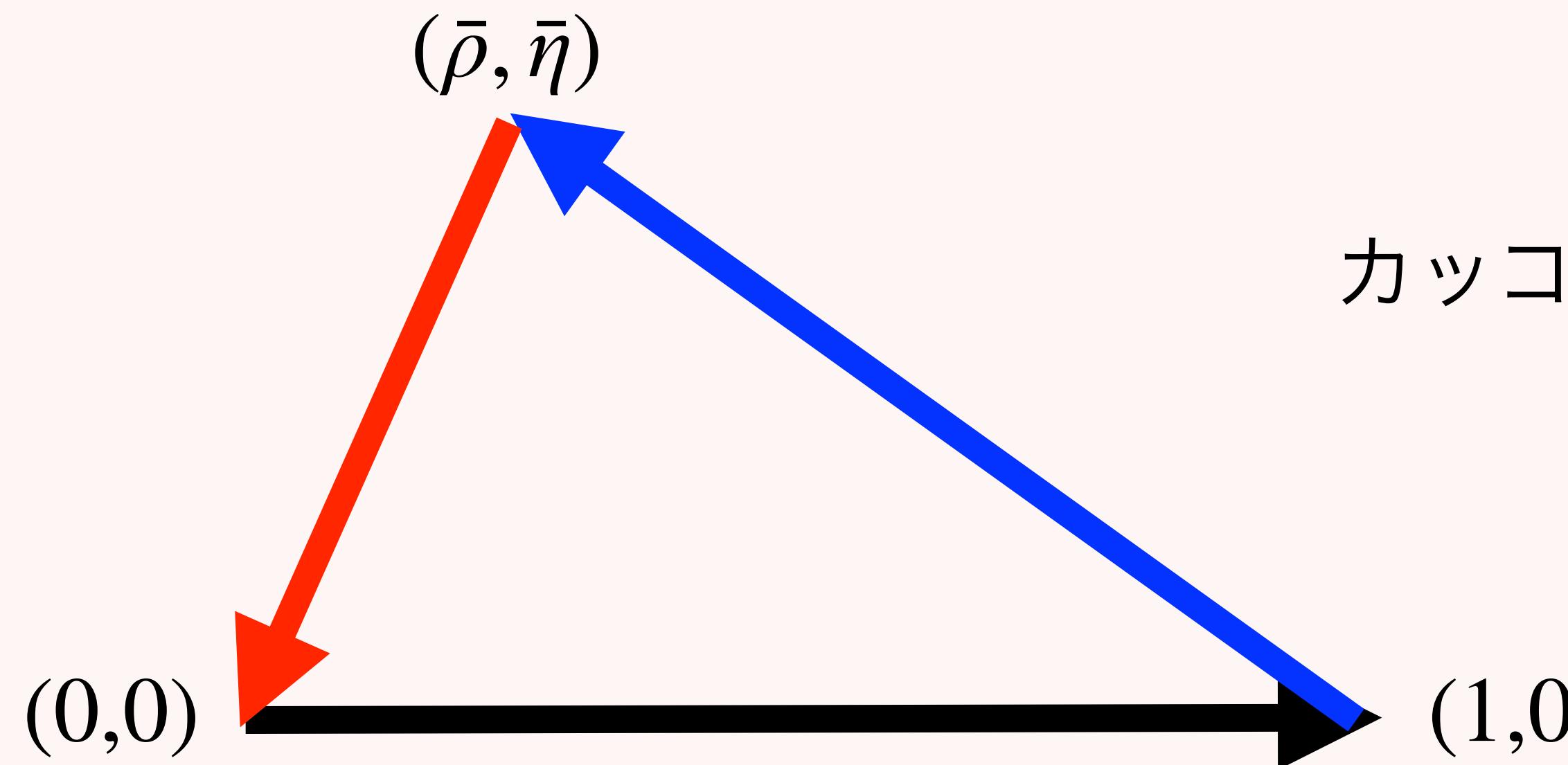
これは $\bar{\rho} - 1 + i\bar{\eta}$ となる

複素数は複素平面上の2成分のベクトルなのでこれは、3つのベクトルを足したら0になるという式

ユニタリートライアングル

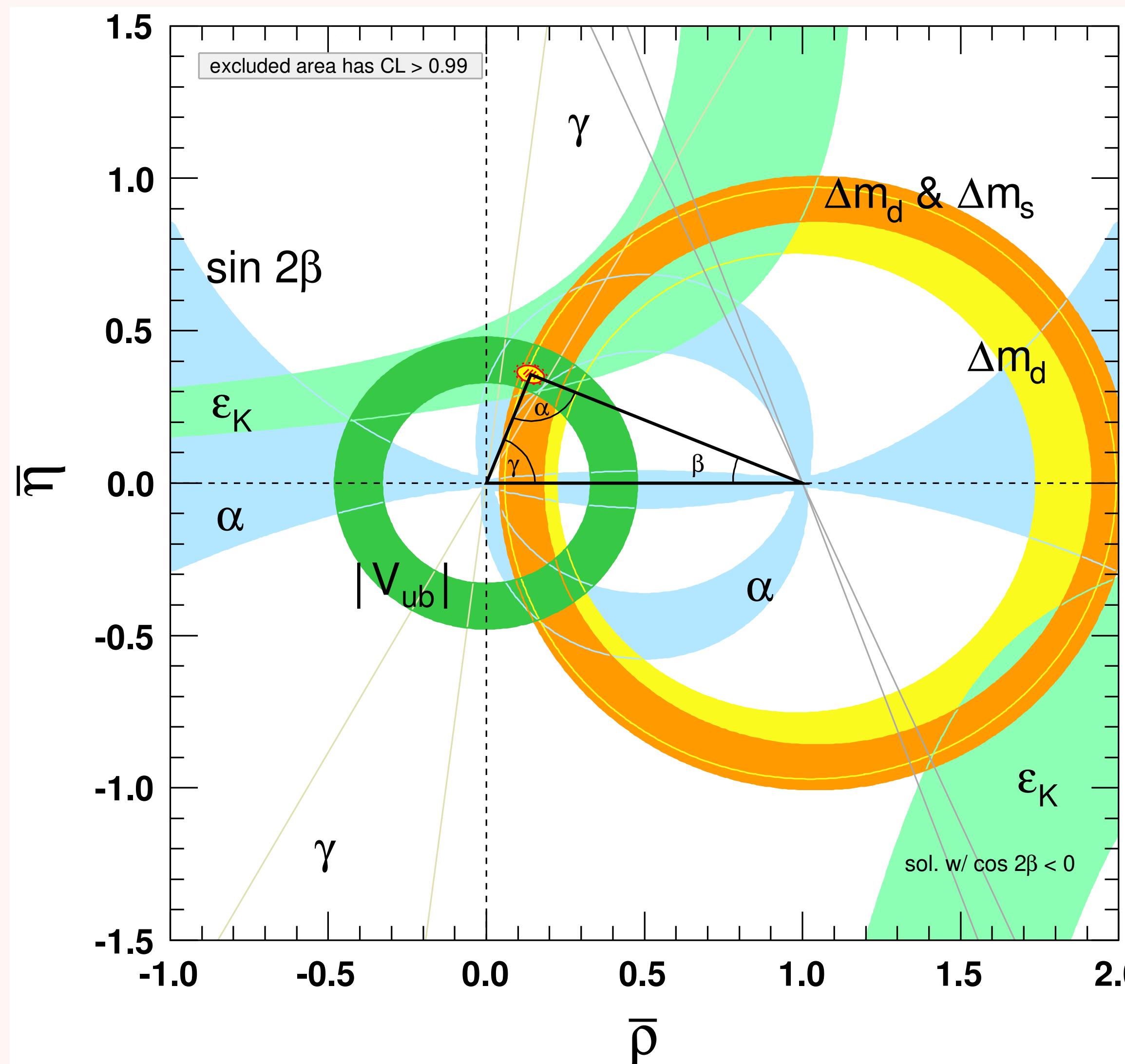
$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + 1 + \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} = 0$$
$$= -(\bar{\rho} + i\bar{\eta}) \quad = \bar{\rho} - 1 + i\bar{\eta}$$

複素数は複素平面上の2成分のベクトル
なのでこれは、3つのベクトルを足した
ら0になるという式

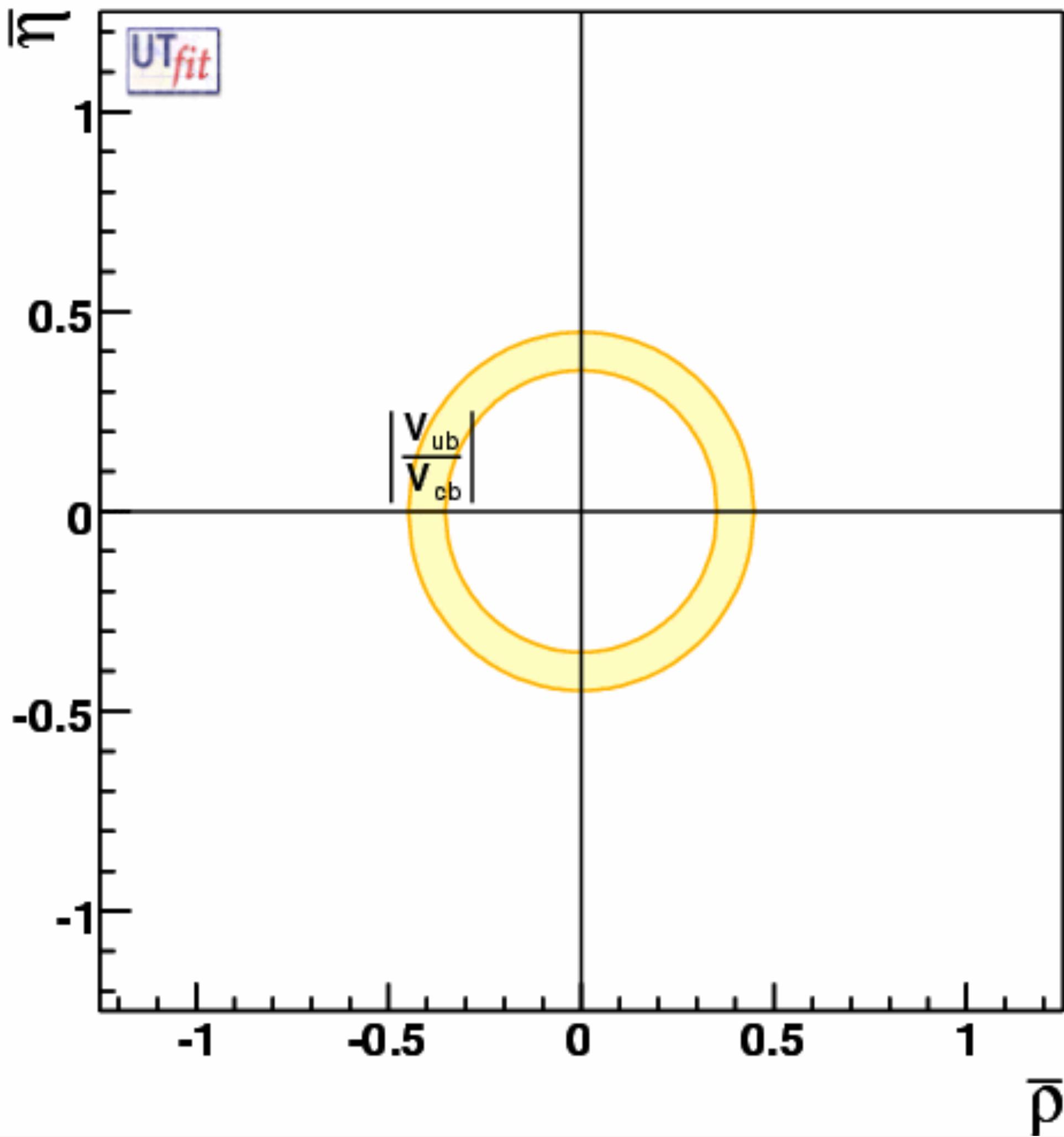


カッコの数字は複素平面上の座標

ユニタリートライアングル

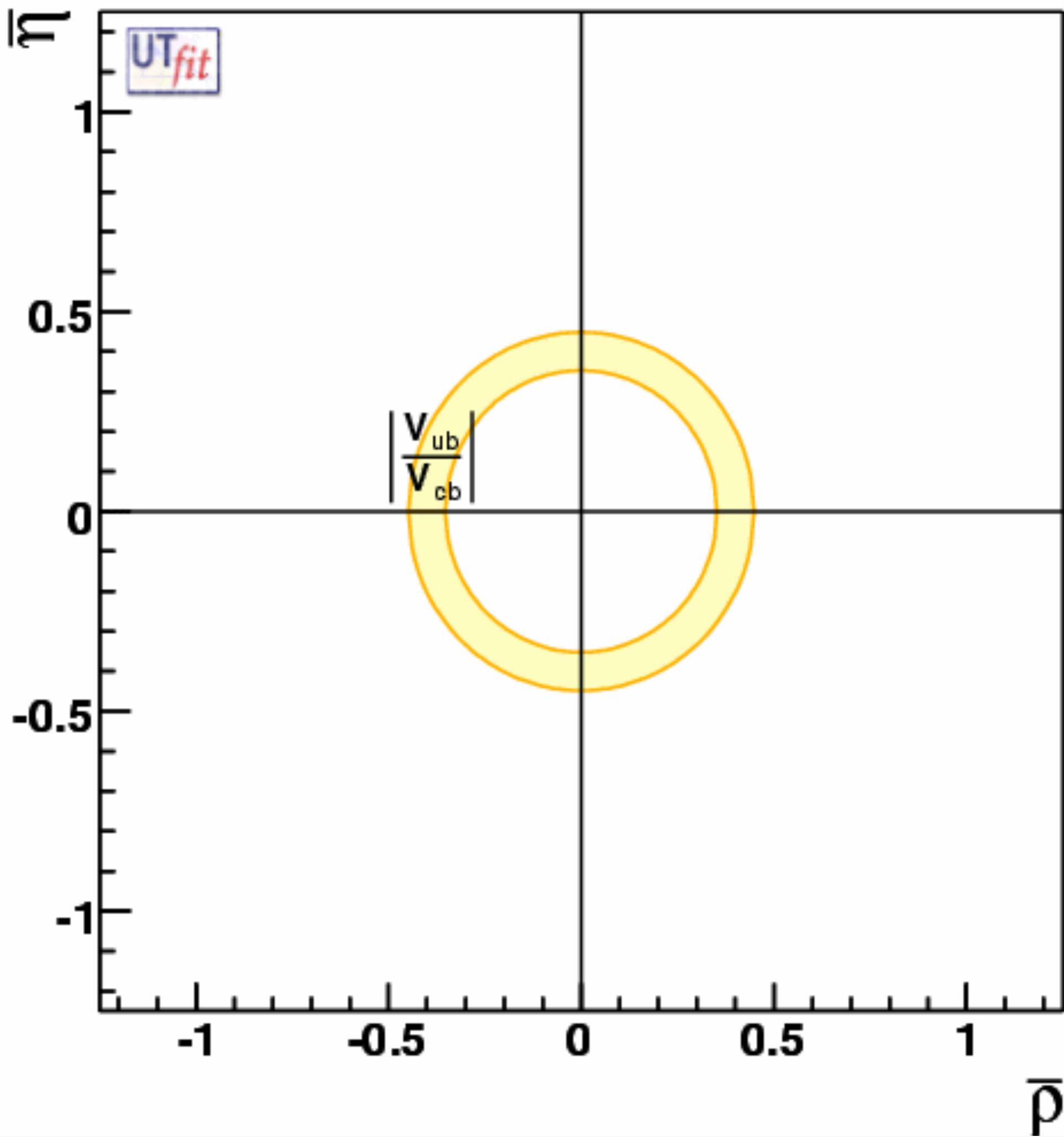


ユニタリートライアングル



[UTfit]

ユニタリートライアングル



[UTfit]

まとめ

標準模型の構造

ゲージ対称性

強い相互作用

$$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

電弱相互作用

A diagram showing the electroweak interaction as a product of the strong interaction and the $U(1)_{\text{QED}}$ gauge symmetry. It consists of two horizontal arrows: a blue arrow pointing right labeled "強い相互作用" above it, and an orange arrow pointing right labeled " $U(1)_{\text{QED}}$ " below it. The two arrows meet at a vertical junction.

$$U(1)_{\text{QED}}$$

ヒッグス機構 (対称性の自発的破れ)

湯川相互作用

$$-\bar{q}_L^i \tilde{H} y_u^{ij} u_R^j - \bar{q}_L^i H y_d^{ij} d_R^j - \bar{\ell}_L^i H y_e^{ij} e_R^j$$

- ★ フェルミオンの質量
- ★ カビボ-小林-益川行列
- ★ CP対称性の破れ
- ★ ヒッグスとの相互作用 (ヒッグスをLHCでつくるのに重要)

ヒッグスポテンシャル

$$V = \mu^2 H^\dagger H + \lambda (H^\dagger H)^2$$

- ★ 対称性の自発的破れ
- ★ ヒッグス粒子の質量
- ★ ヒッグス粒子間の相互作用